

異種のエージェントによるマイノリティゲーム

今 枝 辰 博

キーワード

- ・マイノリティゲーム minority game
- ・創発 emergence
- ・複雑適応性 adaptive complexity
- ・El Farol 問題 El Farol problem

1. はじめに

最近、統計物理学において「econophysics」に対する関心が急速に高まっている⁽¹⁾。統計物理学は、相互作用をする多数の要素からなる系をあつかうが、近年ミクロな詳細によらない普遍的な法則が成り立つ系が多数見出され、その起源を探る研究が活発になされている⁽²⁾⁽³⁾。

一方、経済システムも、多数の相互作用する要素から構成されている。したがって、統計物理学で発展してきた概念・方法が、経済システムに対しても有効であり、物理系のように何らかの普遍的な法則が見出されることが期待できる。実際、統計物理学者である H. E. Stanley は、これまで蓄積された経済データを統計物理学的方法によって解析し、さまざまな自明でない法則を見出した⁽¹⁾⁽⁴⁾。

このような研究において、ひととき魅力的なのは、マイノリティゲーム (minority game) である。このモデルは、W.B. Arthur の「El Farol」問題⁽⁵⁾を数学的に扱いやすくしたものとして Challet と Zhang によって提案された⁽⁶⁾⁽⁷⁾。このモデルによって金融市場のメカニズムを理解しようという試みがなされている⁽⁸⁾。

マイノリティゲームでは、 N 人のエージェントが、帰納的な推論 (inductive thinking) と適応 (adaptation) によって互いに少数派 (minority) となることを競いあう。Challet と Zhang はコンピュータ・シミュレーションを行い、各エージェントは利己的であるにもかかわらず全体として協力的な振る舞いが現れることを見出した⁽⁶⁾⁽⁷⁾。このことによりマイノリティゲームは、複雑適応系 (complex adaptive system) における創発 (emergence) の toy model としてこの 1, 2 年の間に多くの研究がなされている⁽⁹⁾⁽¹⁰⁾⁽¹¹⁾⁽¹²⁾⁽¹³⁾。

本論文では、3 種のエージェントが混合してゲームを競い合う場合についてコンピュータ・シミュレーションを行う。各エージェントはそれまでのゲームの結果についての情報を共有して互いに協調し合う。異種の (heterogeneous) エージェントによるゲームでは、同種の (homogeneous) エージェントによるものでは起こらない、自明でない非線型ダイナミクスが発生することを議論する。

2. マイノリティゲーム

マイノリティゲームは、 N 人のエージェントの間で行われる繰り返しゲームである。 N は奇数とする。ゲームの各回においてそれぞれのエージェントは 2 者択一の選択をする。ここでは、その選択を「“部屋 0” または “部屋 1” を選ぶ」と表現する。すべてのエージェントが選択をしたのち、少数であったほうの部屋を minority room とよぶことにする。minority room を選んだエージェントを勝者とし、得点 1 を与える。また、各回においてどちらの部屋が minority room であったかという情報 1 ビットが全エージェントに公開される。

何人が minority room を選んだかは公開されない。毎回 1 ビットずつ増えていくこの情報を歴史 (history) とよぶ。

マイノリティゲームでは、各エージェントの能力が限られている。すなわち、メモリサイズ m をもつエージェントは、過去の m ビットの歴史をもとにしてそれぞれの意思決定を行う。その方法を戦略とよぶ。 m ビットの歴史として可能な数は、 $h = 2^m$ であり、可能な戦略の総数は、 2^h である。この数は、 m の値が 2, 3, 4, 5, 6 と増えるにしたがって急速に増加し、 $m = 6$ では 10^{19} にもなる。 $m = 2$ の場合についての 16 個の戦略を表 1 に示す。

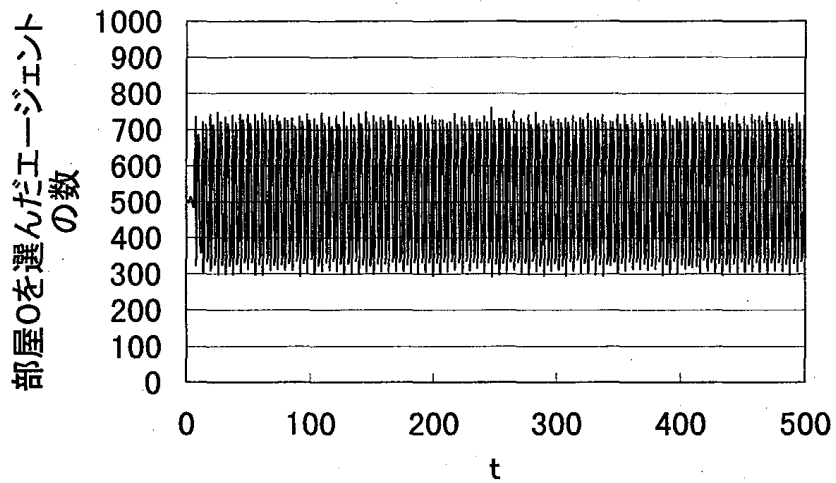
表 1

歴史	戦略 1	戦略 2	...	戦略 16
00	0	0	...	1
01	0	0	...	1
10	0	0	...	1
11	0	1	...	1

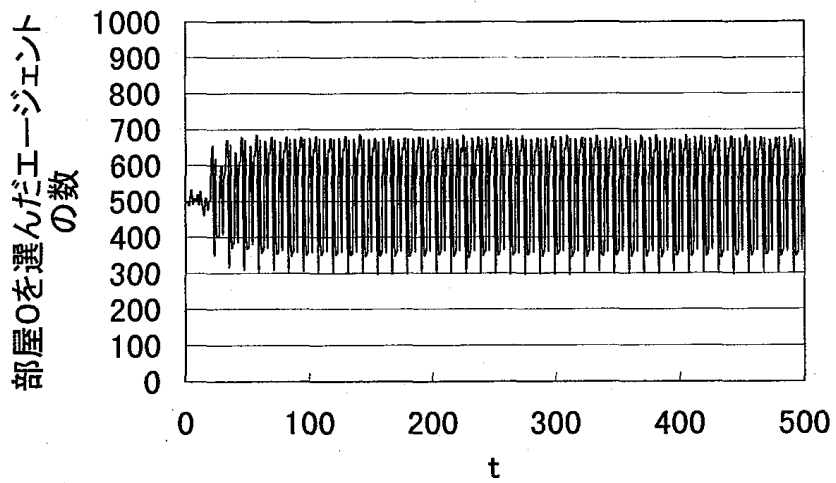
各エージェントはゲームの開始前に、可能な全戦略の中から s 個の戦略をランダムに選ぶ。重複を許す。ゲームの各回の結果が出るたびにそれぞれのエージェントは正しくその結果を予測したものに「仮想的な」得点 1 を与える。そして次回の意思決定のときにゲームの開始からそれまで最も高い仮想的な得点を挙げている戦略を使う。なお、ゲームの初回で使う m ビットの歴史の情報は、ランダムに与えるものとする。

このようにこのゲームでは、各エージェントが帰納的な推論に基づいて意思決定を行う。また、過去の情報をもとに適応的に戦略を変えていく。

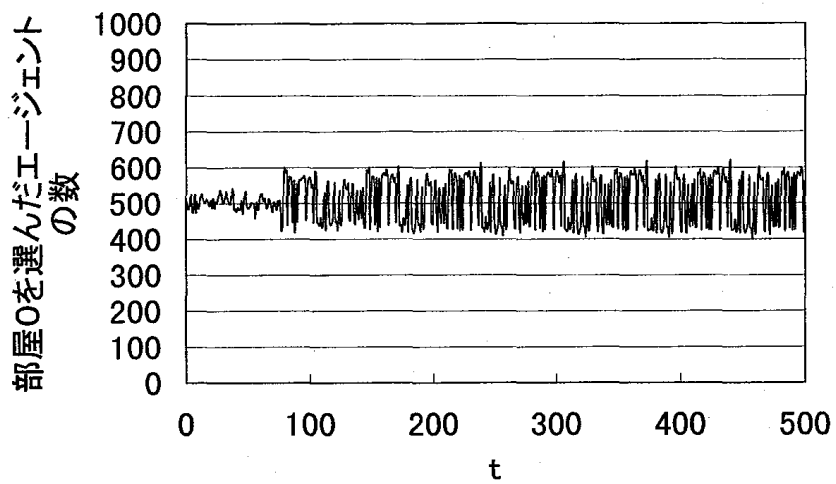
Challet と Zhang はシミュレーションの結果から、エージェントのメモリのサイズが大きくなると、より協調的な結果が得られることを見出した⁽⁶⁾。図 1 に、彼等と同様の計算を行った結果を示す。部屋 0 を選んだエージェントの数をゲームの回数または時刻、 t に対してプロットしてある。部屋 0 を選ぶエージェントの割合は、 $(N - 1) / 2$ を中心にしてゆらいでいる。ゆらぎが



(a) $m = 6$



(b) $m = 8$



(c) $m = 10$

図 1: 部屋 0 を選んだエージェントの数の時間変化。 $N = 1001$

大きいほど、大きな無駄が生ずるから、図1は m が大きいほど資源を有効に利用していることを示している。ここでそれぞれのエージェントが採用する戦略は頻繁に変わることには注意する。もし、全エージェントが類似した戦略を使えばその戦略の予測は minority room を指さなくなってしまう。すなわち、全ゲームを通じて最適な戦略は存在しない。

1回のゲームについて1エージェントあたりの平均得点を W とする。明らかにその最大値は、 $(N-1)/2$ のエージェントが常に部屋0を選び続け、残りの $(N+1)/2$ のエージェントが部屋1を選びつづける場合の $(N-1)/2N$ である。すなわち、 $W < 0.5$ である。ゲームに参加しないエージェントが毎回コイン投げによってランダムに部屋を選んだとすれば、 $W = 0.5$ である。

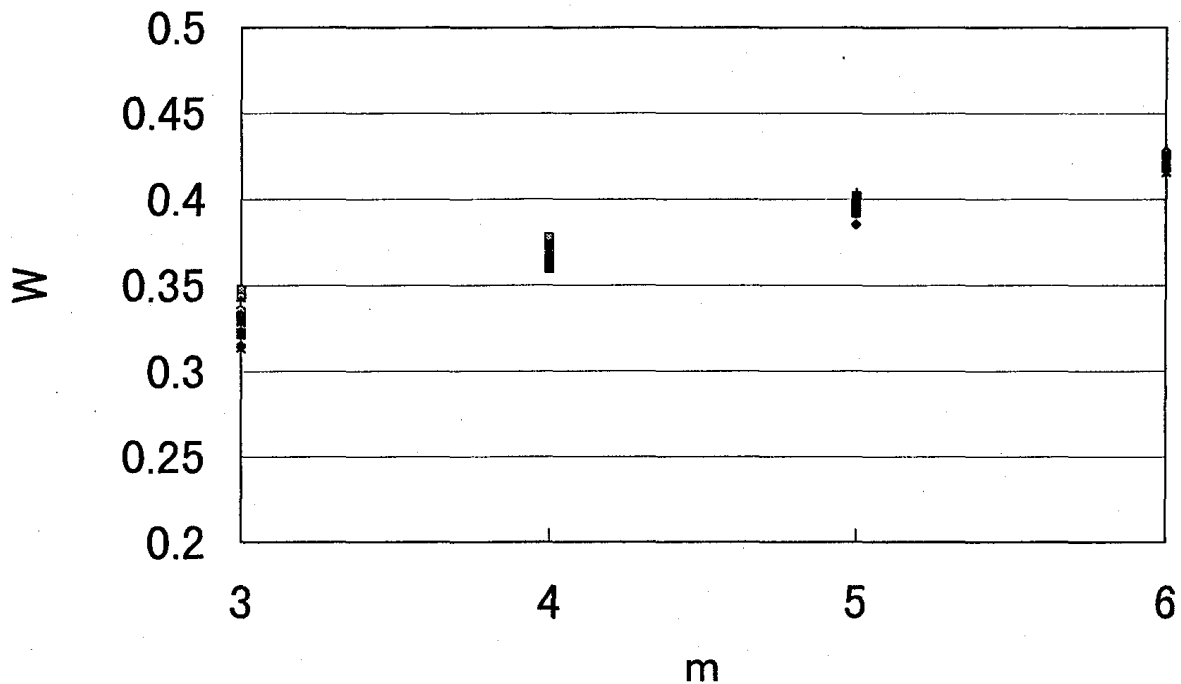


図2：メモリサイズ m に対するエージェントの平均得点

メモリサイズ m が 3, 4, 5, 6 であるエージェントがマイノリティゲームを行った場合の平均得点を図2に示した。 $N = 101$, $s = 7$ とし、 $t = 10000$ までゲームを繰り返した。最初の 1000 回の結果は捨ててある。また、それぞれの m に対して初期条件が異なる 32 回の W の値を重ねてプロットしてある。 m の値が大きいほど、 W の値は 0.5 に近く、データのばらつきは小さくなっ

ている。

このように各エージェントは他のエージェントのそれぞれについての情報を得ないにもかかわらず全体としては協調する振る舞いが現れる。すなわち、各エージェントが m ビットの過去の歴史を共有することによってこのような振る舞いが創発する。

ところが Cavagna は、実際の過去の歴史をランダムな値に変えても、このゲームが示す特徴的な結果はほとんど変わらないことを広範なシミュレーションによって、見出した⁽¹⁰⁾。すなわち、重要であるのは何らかの共通な情報をすべてのエージェントが共有することであり、その情報が真であるか偽であるかによらない。すなわち、マイノリティゲームは過去の情報から何らかの予測をしていないことになる。

一方 Johnson らはメモリのサイズが異なる 2 種のエージェント A, B からなるマイノリティゲームについてシミュレーションを行った⁽¹²⁾。そして、この場合はエージェントのメモリが重要であることを見出した。Johnson らにしたがって A, B のエージェントが持つメモリを m_A , m_B とし、それぞれの値を 3, 6 とする。Johnson らと同じ、 $N = 101$, $s = 7$ としてシミュレーションを行った結果を図 3 に示す。初期条件の異なる 32 回のシミュレーションの結果を平均してある。 $t = 10000$ までのゲームを行ない結果が収束していることを確かめてある。全エージェントについての平均得点 W は、A, B それぞれのエージェントの数 n_A , n_B が 35, 65 のあたりで最大値をとることが分かる。つまり、そこでの平均得点は、エージェント A, エージェント B のみでマイノリティゲームを行ったときの平均得点よりも大きい。この結果は、minority room の歴史をランダムな値に置き換えると起きない。さらに驚くべきことにエージェント B のみの平均得点に注目すると $n_A > 45$ では、 $W > 0.5$ となりコイン投げで意思決定を行った場合の値を越える。これは、先に述べたように、1 種のエージェントで行うマイノリティゲームでは決して起こらない。パラメータをさまざまに変えてシミュレーションを行うことにより、このようなことは、 $2 \cdot 2m \ll Ns$ であるような場合に限られることが分かる。

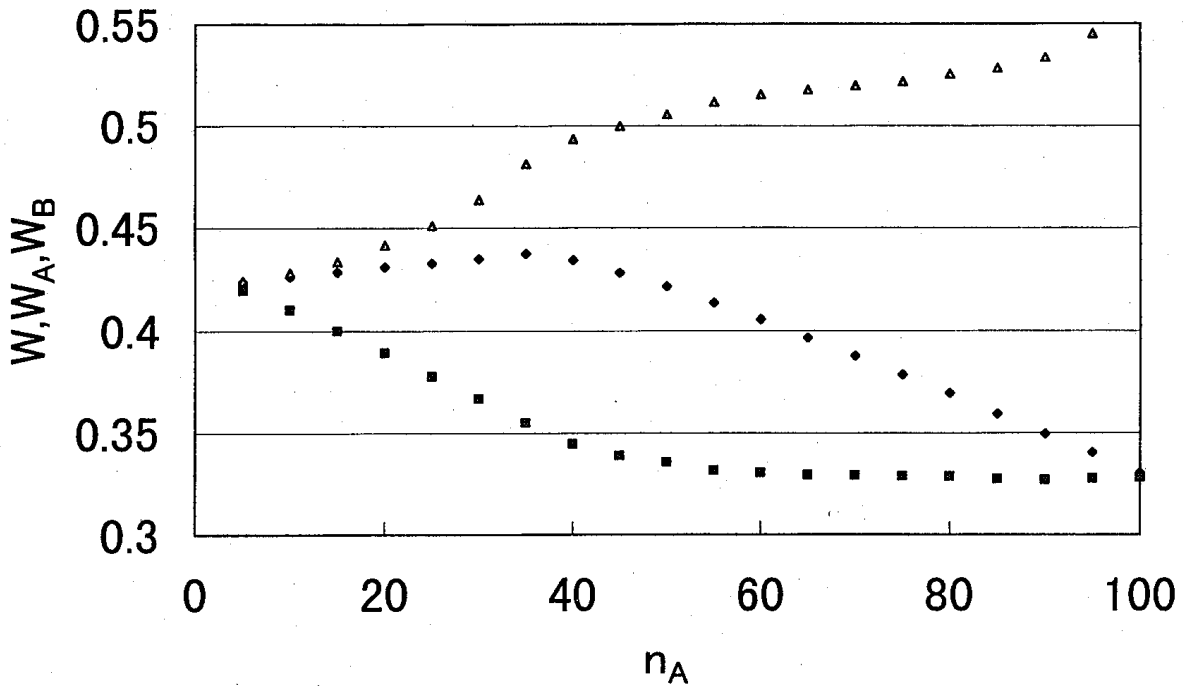


図 3：2 種のエージェントからなるマイノリティゲームの結果。 W_A , W_B はそれぞれエージェント A, B の平均得点。 W は全エージェントについての平均得点。

$N = 101$, $s = 7$ ◆ : W , ■ : W_A , ▲ : W_B

この領域ではメモリ m のエージェントが持ちうる戦略の数は全エージェントが持っている戦略の数より充分小さい。すなわち、多くのエージェントがゲームの各回において高得点をもたらす共通の戦略を用いることをあらわす。この“crowd effect”によって Johnson らは上述の振る舞いを定性的に理解しようとした。しかし、明確な理論的な説明は未だない。なお、当然のことであるが $m_A < m_B$ であるエージェントの平均得点は常に $W_A < W_B$ であり大きなメモリを持ったエージェントが有利であることを注意しておく。

3. 3 種のメモリをもつエージェントによるマイノリティゲーム

本論文では、3 種のメモリ m_A , m_B , m_C を持つエージェント A, B, C によるマイノリティゲームを考える。それぞれのエージェントの数を n_A , n_B , n_C とし、 $m_A < m_C < m_B$ とする。また、 $N = 101$ である。

図4に $m_A = 3$, $m_C = 4$, $m_B = 6$ で $n_C = 1$ とした場合の各エージェントの平均得点 W_A , W_B , W_C と全エージェントについての平均得点 W を示す。図

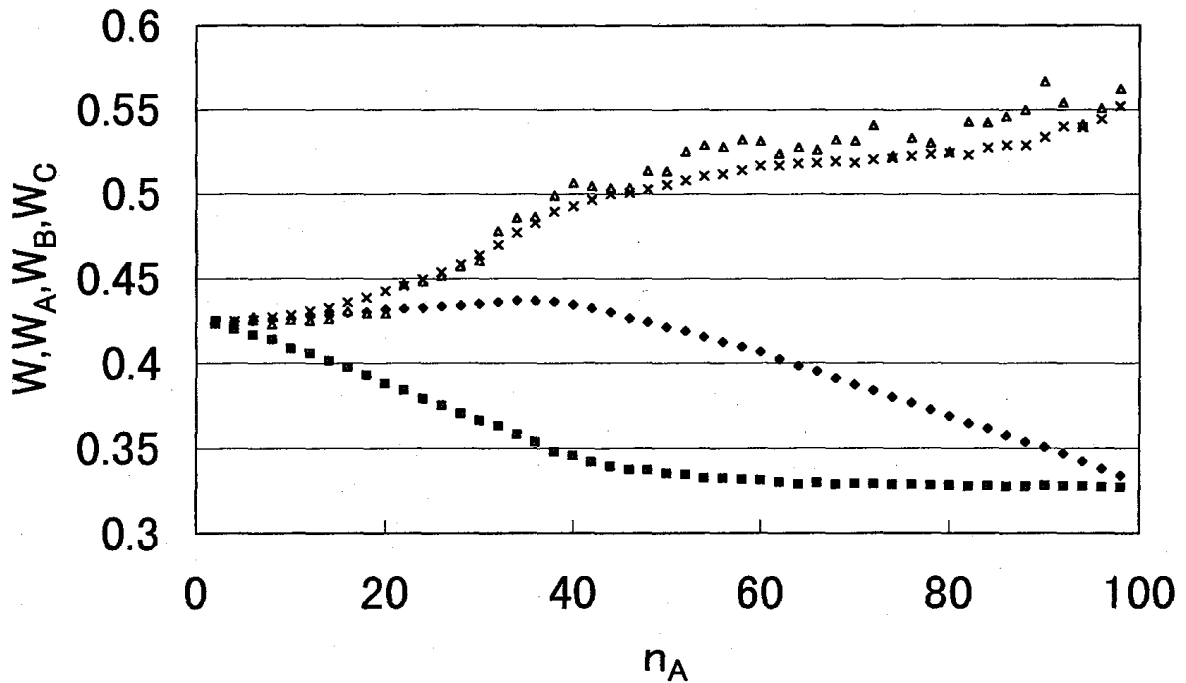


図4：3種のエージェントからなるマイノリティゲームの結果。 W_A , W_B , W_C はそれぞれエージェントA, B, Cの平均得点。 W は全エージェントについての平均得点。 $N = 101$, $s = 7$, $n_C = 1$, $m_A = 3$, $m_B = 4$, $m_C = 6$

◆ : W , ■ : W_A , × : W_B , ▲ : W_C

3と同様に、 $s = 7$ であり、 $t = 10000$ までの32回の試行についての平均をとってある。また、 $t = 1000$ までのデータは捨ててあるのも同様である。全エージェントについての平均得点は、図3とほとんど変わりなく、 n_A が35のあたりでピークを持つ。一方、エージェントCの平均得点 W_C は、 $n_A > 34$ で W_B を越える。さらに、 $n_A > 44$ では、コイン投げによる平均得点0.5を越えている。すなわち、自分自身より下位であるエージェントAの数が増えると、少数である中位のエージェントは、自分自身より上位のエージェントを上回る平均得点を得ることができる。前節の最後で述べたように、2種のエージェントから成り立つばあいには、このようなことは起こらない。また、3種のエージェントが存在する場合でも決して自明ではない。金融市

異種のエージェントによるマイノリティゲーム

場などの現実の系では複雑な振る舞いが創発される。そのために必要な非線型ダイナミクスの起源の一つとしてあげることができる。図5に、 $n_c = 10, 20, 40, 70$ の場合についてのシミュレーションの結果を示した。中位のエージェントの数が増えると、上位のエージェントの“一人勝ち”になる。このような振る舞いは、他のメモリの組み合わせでも定性的に変わらない。その様子を図6に示す。

一方、図7に示すように、戦略の数 s の値を小さくしていくとこの傾向はより目立たなくなる。つまり、エージェントがより適応的であることが、この振る舞いのために必要であることが分かる。

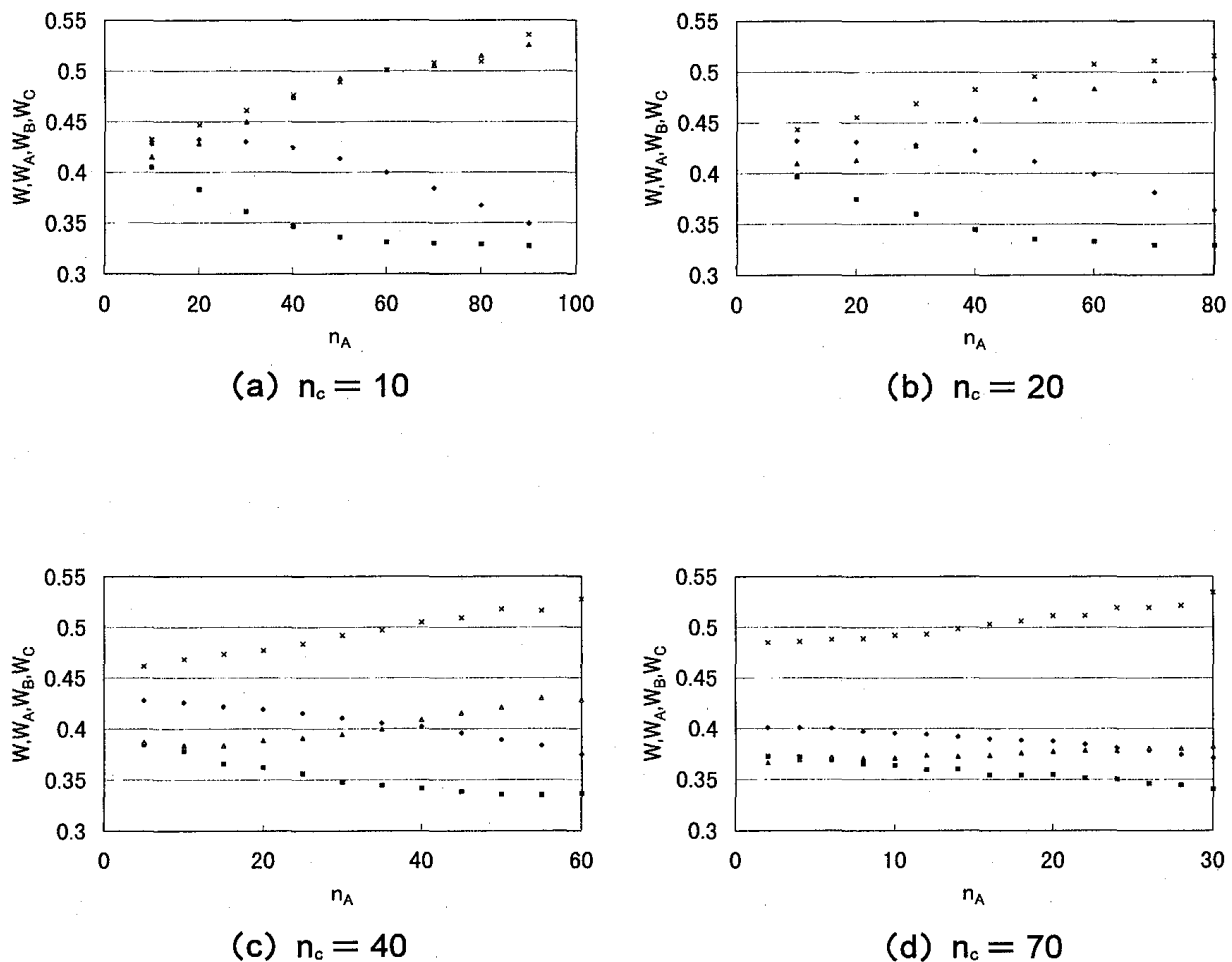
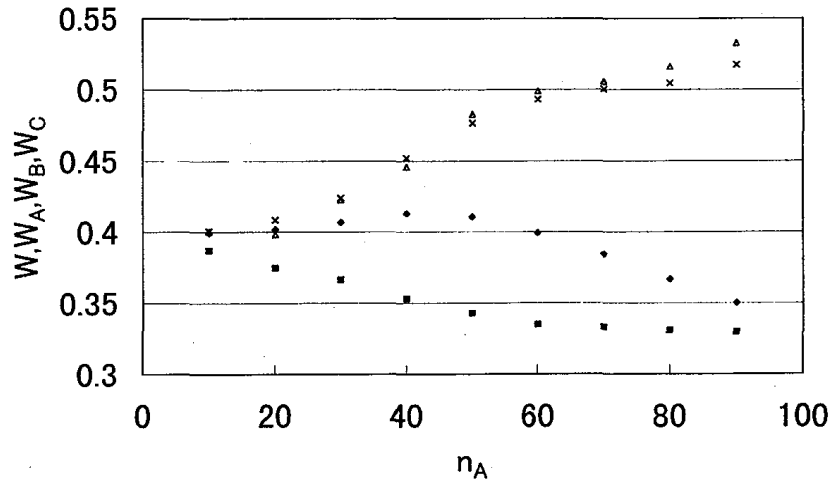
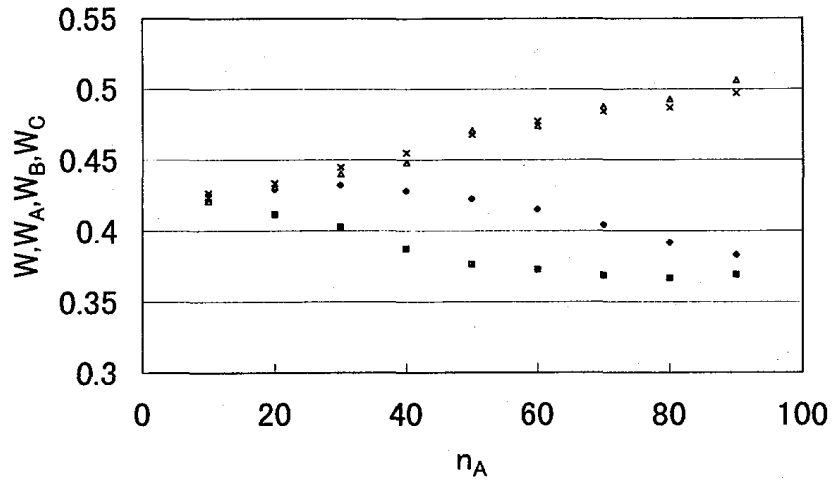


図5：3種のエージェントからなるマイノリティゲームの結果。 n_c 以外のパラメタの値は、図4と同じ。

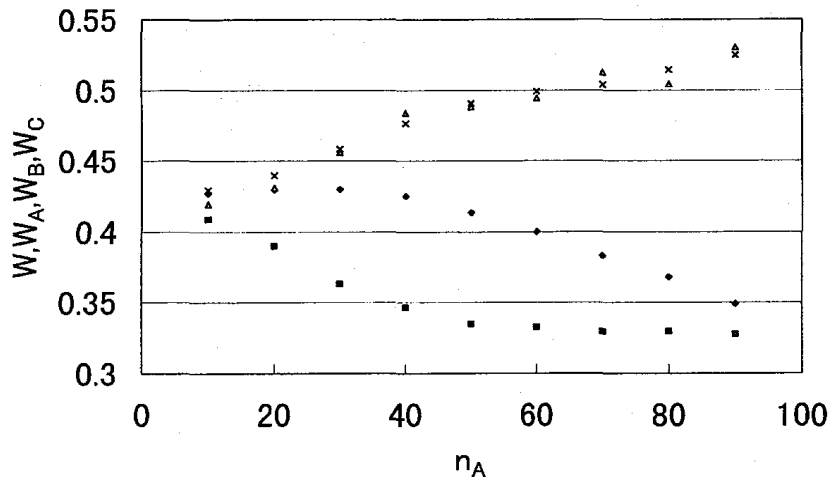
◆ : W , ■ : W_A , × : W_B , ▲ : W_C



(a) $m_A = 3, m_B = 6, m_C = 5$



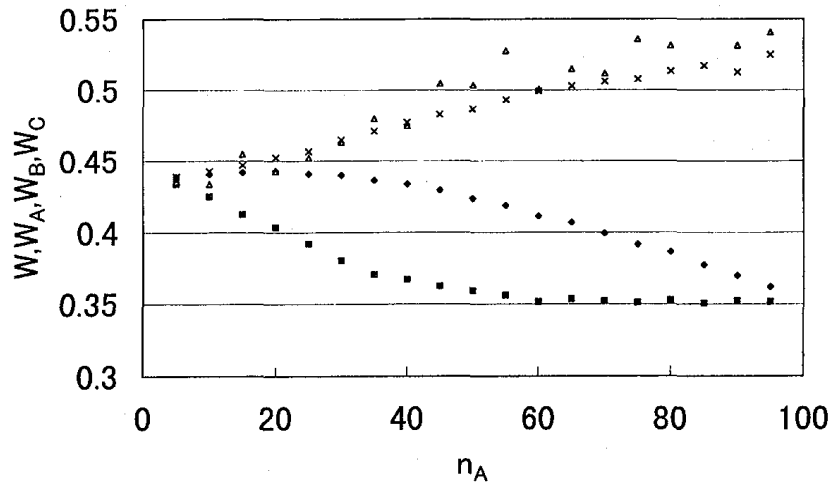
(b) $m_A = 4, m_B = 6, m_C = 5$



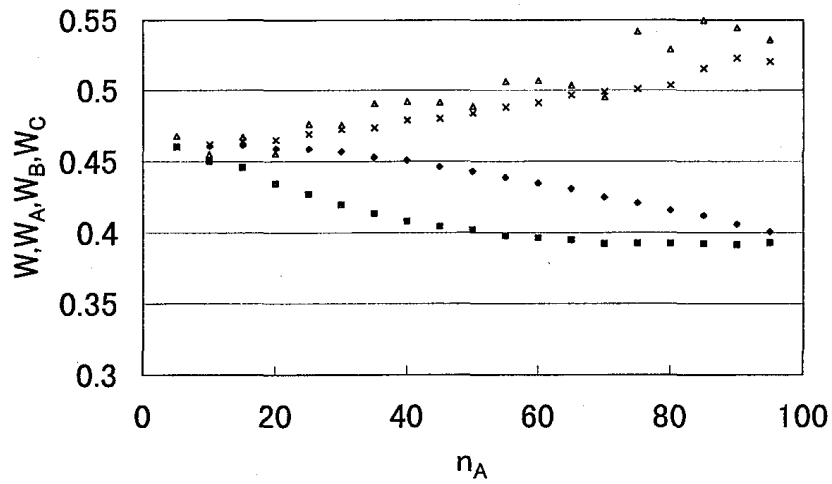
(c) $m_A = 3, m_B = 5, m_C = 4$

図 6:3 種のエージェントからなるマイノリティゲームの結果。 m_A, m_B, m_C 以外のパラメタの値は, 図 4 と同じ。 ◆ : W , ■ : W_A , × : W_B , ▲ : W_C

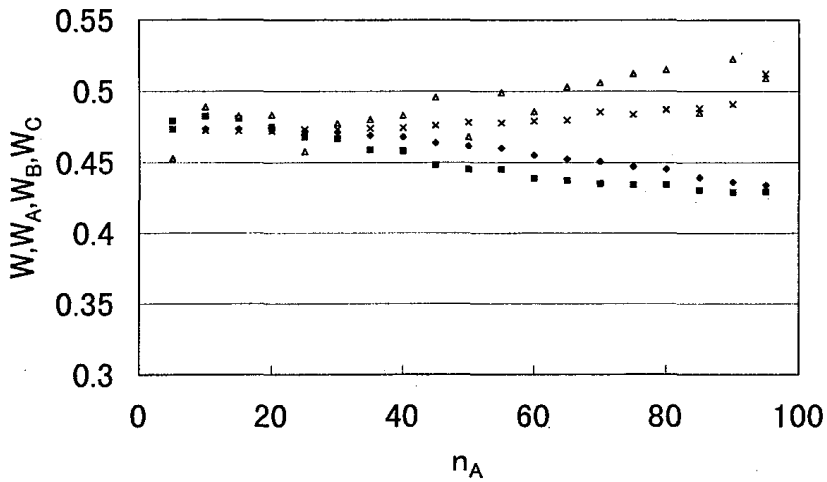
異種のエージェントによるマイノリティゲーム



(a) $s = 5$



(b) $s = 3$



(c) $s = 2$

図7: 3種のエージェントからなるマイノリティゲームの結果。 s 以外のパラメタの値は、図4と同じ。 ◆ : W , ■ : W_A , × : W_B , ▲ : W_C

全エージェントの平均得点 W の振る舞いは次のようにして, “crowd effect” によって定性的に説明することができる。minority room を選んだエージェントの数の平均値は $(N - 1) / 2$ である。この平均値についての標準偏差を σ とすると, 平均得点は, $W \sim 0.5 - \sigma/N$ と表わされる⁽⁶⁾。Johnson らによれば, crowd effect が顕著な場合には $\sigma \sim aN$ とかける⁽¹¹⁾。ここで a は定数である。3 種のエージェントがそれぞれ独立に “群集 (crowd)” となって部屋を選ぶと, それぞれの標準偏差を $\sigma_A, \sigma_B, \sigma_C$, とし $\sigma^2 \approx \sigma_A^2 + \sigma_B^2 + \sigma_C^2$ とかける。 $x_A = n_A/N, x_B = n_B/N, x_C = n_C/N$ とすると,

$$W \approx 0.5 - [a_A^2 x_A^2 + a_C^2 x_C^2 + a_B^2 (1 - x_A - x_C)^2]^{1/2} \quad (1)$$

したがって, $x_C \ll 1$ に対しては,

$$W \approx 0.5 - [a_A^2 x_A^2 + a_B^2 ((1 - x_A)^2 - 2x_C(1 - x_A))]^{1/2} \quad (2)$$

よって, $x_A \ll 1$ に対しては, $W \approx 0.5 - a_B(1 - x_C)$ で, W は正の傾きをもった直線となる。また, $x_A \approx 1$ では, $W \approx 0.5 - a_A x_A$ となり, 負の傾きを持った直線である。したがってある x ($0 < x < 1$) で W がピークをもつことと矛盾しない。一方, $x_C \approx 1$ に対しては

$$W \approx 0.5 - [a_A^2 x_A^2 + a_C^2 + a_B^2 x_A^2]^{1/2} \quad (3)$$

であり, $x_A \ll 1$ に対しては, $W \approx 0.5 - a_C$, また $x_A \approx 1$ では, $W \approx 0.5 - [a_A^2 + a_C^2 + a_B^2]^{1/2}$ となり, 図 7 のいくつかの特徴を定性的に説明することができる。

4. まとめと今後の課題

本論文では, 3 種類のメモリ・サイズをもつエージェントが混在する場合のマイノリティゲームについてシミュレーションを行った。そして, つぎのことを見出した。

- (1) 中位のメモリ・サイズをもったエージェントの数が少ない場合にその平均得点は, 上位のエージェントの平均得点を上回ることができる。またそのときの平均得点は 0.5 を越えることができる。
- (2) 中位のエージェントの数が増えると上位のエージェントの平均得点

は、中位、下位のエージェントの平均得点を大きく上回る。

これらの振る舞いをもとにして、 (n_A, n_C) 平面を3つの領域に分けることができる。(図8) 領域1 ($n_A \ll 1, n_C \ll 1$) では、エージェントCのみでゲームを行ったときの振る舞いで代表され $W_A \sim W_B \sim W_C$ である。領域2 ($n_C \ll 1, n_A > 40$) では、(1) の振る舞いが現れ非線型で複雑な現象の起源として期待される。一方、領域3 ($n_C \ll 1, n_A > 20$) では、(2) の振る舞いで代表される。

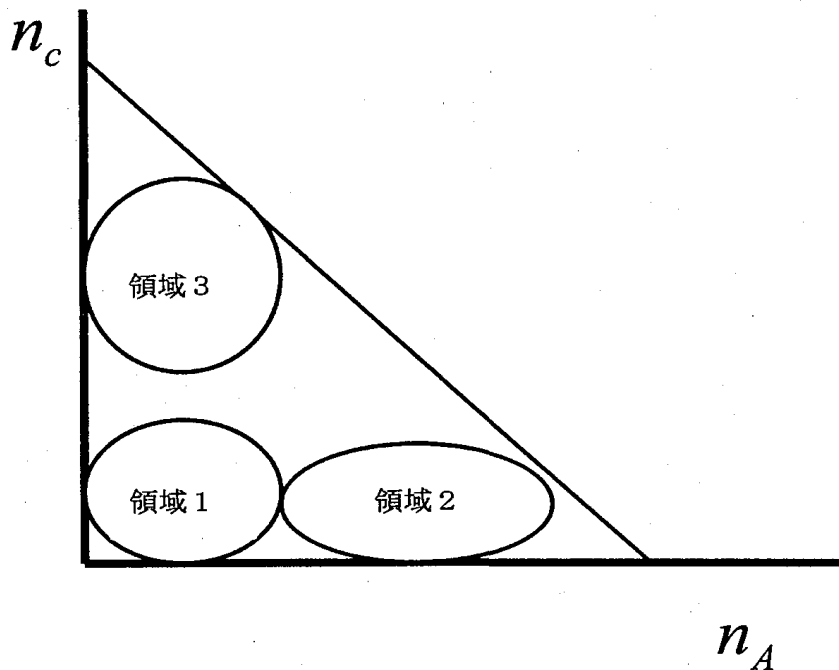


図8：異なるダイナミクスを示す (n_A, n_C) 平面上の3つの領域。

領域2では、豊富なダイナミクスが期待される。とりわけ興味深いのは、Darwinism にもとづいた進化論的なアルゴリズムによる時間発展である。実際、Challet と Zhang は彼らの2番目の論文で同種のエージェントのみから成るマイノリティゲームの進化的シミュレーションを行っている⁽⁷⁾。本論文で見出した領域2では、最も得点が少ないエージェントを新しいエージェントで置き換えることによって、それまで高得点を得ていたエージェントが大きく影響を受ける。

マイノリティモデルでは、帰納的な推論を通じてエージェントの集団が適応的に時間発展する。エージェントはそれぞれの有限なメモリによって過去

の minority room に関する情報を読み取り意思決定をする。この意味で、エージェントは限定合理性にもとづいて行動をしている。これは、伝統的な経済学の、合理性を基礎に置いたモデルとは本質的に異なる。本論文では、さらに異種の (heterogeneous) エージェントが存在する場合を考えた。金融市場などについてのより現実的なモデルとして有用である可能性がある。エージェント同士は、minority room についての情報を介しての相互作用がある。そしてその相互作用を通じて協調するような振る舞いをみせる。それぞれのエージェントの平均得点は、各エージェントの数の割合に依存している。

複雑適応系の立場から市場原理を説明しようという研究が盛んになりつつある。今後の問題としてきわめて興味深い。

参考文献と注

- 1) R. N. Mantegna and H. E. Stanley, *Introduction to Econophysics : Correlation and Complexity in Finance* (Cambridge University Press, Cambridge, 1999).
- 2) B. Pullman, ed., *The Emergence of Complexity* (Princeton University Press, 1996).
- 3) 今枝辰博, 経営研究 13 (1999) 41.
- 4) R. N. Mantegna and H. E. Stanley, *Phys. Rev. Lett.* **73**, 2946 (1994) ; *Nature* **376**, 46 (1995) ; *Nature* **383**, 587 (1996) ; *Physica A* **239**, 255 (1997) ; M. H. Stanley et al. *Eco. Lett.* **49**, 453 (1995).
- 5) W. B. Arthur, *Am. Econ. Assoc. Papers Proc.* **84** (1994).
- 6) D. Challet and Y. - C. Zhang, *Physica* **246 A**, 407 (1997).
- 7) D. Challet and Y. - C. Zhang, *Physica* **256 A**, 514 (1997).
- 8) Y. - C. Zhang, *Europhys. News* **29**, 51 (1998).
- 9) R. Savit, R. Manuca and R. Riolo, *Phys. Rev. Lett.* **82**, 2203 (1999).
- 10) A. Cavagna, *Phys. Rev.* **59**, R3783 (1999).
- 11) N. F. Johnson, M. Hart and P. M. Hui, cond-mat/9811227 (1998).
- 12) N. F. Johnson, P. M. Hui, , Y. -C. Zhang and M. Hart, cond-mat/99031642v2 (1999).
- 13) D. Challet and M. Marsili, cond-mat/9904071v2 (1999) ; D. Challet, M. Marsili and R. Zecchina, cond-mat/9903921 (1999) ; M. Marsili, D. Challet and R.

Zecchina, cond-mat/9908480v2.

- 14) A. Cavagna, J. P. Garrahan, I. Giardina and D. Sherrington, cond-mat/9903415v3 (1999)
- 15) R. D'hulst and G. J Rodgers, adap-org/9904003 (1999).
- 15) M. Paczuski and K. E. Bassler, cond-mat/9905082 (1999).
- 16) D. Challet, M. Marsili and R. Zecchina, cond-mat/9904392 (1999)
- 17) M. Marsili, D. Challet and R. Zecchina, cond-mat/9908480v2 (1999).
- 18) M. A. R. de Cara, O. Pla and F. Guinea, cond-mat/9904187 (1999).
- 19) N. F. Johnson, P. M. Hui, D. Zheng and C. W. Tai, cond-mat/9903228 (1999).
- 20) R. D'hulst and G. J Rodgers, adap-org/9902001v3 (1999).