

# カオス理論と企業の売上分析

大 石 展 緒  
二 宮 政 彦

---

## Key Words

- ・カオス・パターン (patterns of chaos)
- ・ロジスティック方程式 (logistic equation)
- ・周期倍分岐 (period doubling bifurcation)
- ・リミット・サイクル (limit cycle)
- ・フラクタル (fractal)
- ・限界値 (marginal values)
- ・差異スコア (difference scores)
- ・速度の経緯 (velocity history)
- ・ビジョニング (visioning)

## はじめに：

カオス (chaos) は、見かけ上ランダムであっても秩序を内在する非線形な振る舞いと定義されており、今日、マクロ経済学者や金融エコノミストは

もとより、企業のマーケットに至るまで興味の対象になっている。経済学者 R・H・Day も、「経済成長のサイクルの内には、トランプを切るのに似た部分が多少とも存在し、それが大なり小なり不規則な振動を与えると直観的に説明しうる」<sup>(\*)</sup>と述べているように、規則的な秩序の間にカオス的な無秩序が入り込んでいる状態こそが現実の経済の姿であり、この事実は企業のマーケティング活動それ自体や、市場の動向にも妥当する。カオス的な振る舞いは非線形動学モデルを用いて描写できると云われるが、たとえば、システムが突然気まぐれに破壊したり、時折大きく変化するという挙動をよりよく記述できるからである。

本小冊子は、カオス理論の基礎を企業の売上分析に導入し、先行き不透明といわれる市場動向にマーケットが現状どう対応すべきかの指針をカオス・パターン (patterns of chaos) の発見を通してアプローチするものである。当該アプローチは、また企業の予測問題に関する新視点をも提供してくれよう。

## 1 非線形性の重要性

現在、あらゆる科学の分野でニュー・パラダイム (new paradigm) への転換が話題になっているが、企業経営の分野も例外ではない。新しい事実の発見があっても、それが企業組織で十分認知され、長期間内に渡る信念を否定するに至る影響力をもつまでにはそれ相当の時間を必要とする。その身近かな一例が、状態の時間発展に関する非線形な振る舞いであろう。多くの企業組織で見られる線形的なパースペクティブは、事態が悪化するまでよりよくなると意思決定者を信じこませる傾向をもつと云われている。かかる悪癖の典型は、経営計画や販売計画の策定方法に現われている。秩序とカオスの両方が生まれることを可能にしている要因こそ、非線形性にほかならない。

## 1-1 非線形性とフィードバック

一般に、非線形性 (nonlinearity) とは、基本的に「予期した以上のものが得られる」ことを含意した用語である。「線形の関係とは、比例関係にはかならない。オレンジ10個の値段は、オレンジ1個の値段の10倍である。非線形性とは、オレンジをたくさん買うことでその比例関係が崩れることを意味している。オレンジ一山の値段は、オレンジ1個の値段にその数を掛けたものよりも安いだろう。この相互依存関係で重要なのは、フィードバックである。割り引きの程度が、買い物客がオレンジの山をいくつ買うかに影響する。」<sup>(\*)2)</sup> 一見、どこでも見られるような事例であっても、相互依存関係が成立する場合、そこにはまったく予測のつかない振る舞いが生起する可能性もあるといえよう。この点の認識は、意思決定者のみならずマーケティングにとっても重要である。フィードバックには、正と負の2種のタイプが存在する。正のフィードバックは、自己触媒作用をする化学物質のように、系のなかの産出量を増大させ、一方、負のフィードバックは冷暖房装置を調節するサーモスタットのように、産出量を減少させるといった特性が見られる。

企業の組織も非線形システムの典型であり、組織的活動を主導するマーケティング分野も、当然のことながらカオス理論が教えるツールを用いた新しい視点からの有力な分析領域の潜在的候補になりうるであろう。そこで、非線形性の重要性を再認識する意味で、ロジスティック方程式 (logistic equation) と呼ばれる簡単な1次元の非線形動学モデルの振る舞いを眺めてみる。

## 1-2 ロジスティック方程式

一般に、非線形動学モデル (nonlinear dynamic model) とは、時間変化するシステムの振る舞いを、状態変化を決めている方程式をもとに数学的に促えたものを指し、状態変化がある種の抽象的な軌道 (trajectory) によって表現される。当該モデルには種々のものがあるが、ロジスティック方程式はカオス的なプロセスの振る舞いを生成する単純かつ基本的モデルとして多

くの文献で取りあげられている。

$$x_{t+1} = kx_t(1 - x_t) \quad (1)$$

ただし、変数  $x$  と係数  $k$  については、 $0 < k \leq 4$ 、 $0 < x \leq 1$  である。 $t$  はタイム・インデックスで、整数列  $0, 1, 2, 3, \dots$  に一致する。当該方程式は 1 次元の非線形フィードバック・システムであり、離散型のシステムになっている。われわれは、長期間にわたるシステムの振る舞い、すなわちアトラクター (attractor) と呼ばれる解が存在する領域に眼を向ける必要がある。

いま、初期条件として  $x_0 = 0.9$  を採用し、 $k = 2$  における方程式の反復操作を試みる。

$$\begin{aligned} x_1 &= 2x_0(1 - x_0) \\ &= (2)(0.9)(1 - 0.9) = 0.18 \\ x_2 &= 2x_1(1 - x_1) \\ &= (2)(0.18)(1 - 0.18) = 0.2952 \\ x_3 &= 2x_2(1 - x_2) \\ &= (2)(0.2952)(1 - 0.2952) = 0.41611 \\ x_4 &= 2x_3(1 - x_3) \\ &= (2)(0.41611)(1 - 0.41611) = 0.48592 \\ x_5 &= 2x_4(1 - x_4) \\ &= (2)(0.48592)(1 - 0.48592) = 0.49960 \\ x_6 &= 2x_5(1 - x_5) \\ &= (2)(0.49960)(1 - 0.49960) = 0.5 \\ x_7 &= 2x_6(1 - x_6) \\ &= (2)(0.5)(1 - 0.5) = 0.5 \\ x_8 &= 2x_7(1 - x_7) \\ &= (2)(0.5)(1 - 0.5) = 0.5 \end{aligned}$$

上記のように、解は一定値に収束する。換言すれば、 $x = 0.5$  という安定状態を表わす点アトラクター (point attractor) が存在することを理解で

きよう。次に、係数 $k$ を2, 3, 3.25, 3.5, 4と変化させ、反復数を100にとってグラフ化したものを図1に示す。また、表1には、可変ダイヤル $k$ （係数）の変化に伴うシステムの時間発展の態様を要約してある。

図1. ロジスティック方式による振動パターン

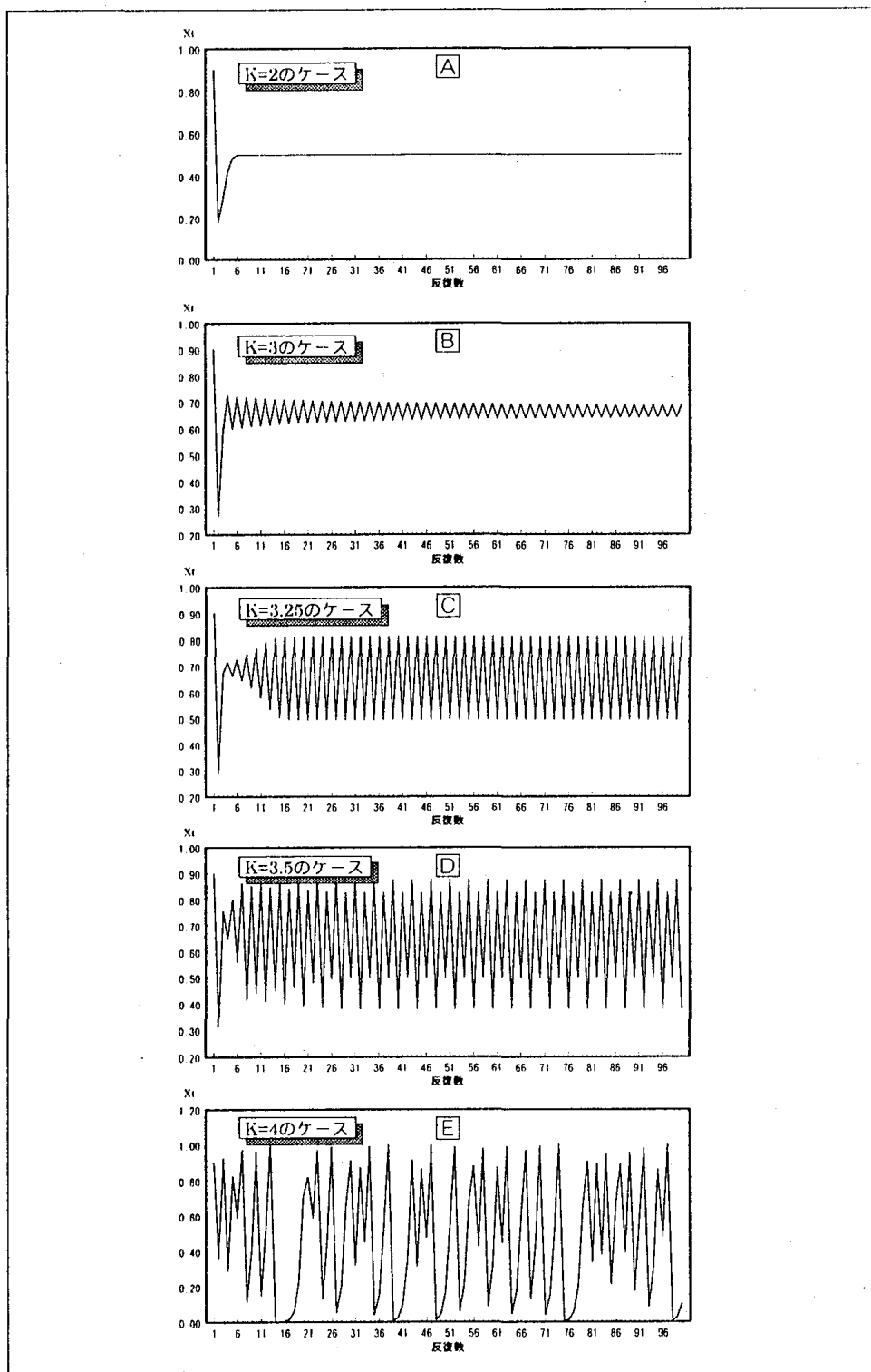


表 1. ロジスティック方式の時間発展の態様

状態 kの値	システムの可変的な状態変化	状態特性
2	<ul style="list-style-type: none"> <li>・ 解は、一定値に収束する。</li> <li>・ すなわち、<math>x=0.5</math>という安定状態を表わす点アトラクターが存在する。</li> </ul>	定常状態
3	<ul style="list-style-type: none"> <li>・ 固定点は、中立となる。すなわち、固定点への収束が無限にゆっくりした状態を呈す。</li> <li>・ 何かドラマティックな状態が生起する一種のシグナルとなる。</li> </ul>	定常状態の崩れ
3.25	<ul style="list-style-type: none"> <li>・ ロジスティック写像の定常状態は存在しない。</li> <li>・ 定常状態は消失し、システムに振動が生起する。(周期2のアトラクター)</li> </ul>	周期的状態
3.5	<ul style="list-style-type: none"> <li>・ 周期2のアトラクターが不安定になり、周期4のサイクルが顕現する。</li> <li>・ kの値が増加するにつれて、周期が8, 16, 32, 64, ...と倍増し、<math>k=3.58</math>付近で周期が無限大になる。</li> </ul>	周期的状態
4	<ul style="list-style-type: none"> <li>・ 最大値 <math>k=4</math> のところでは、いわゆるカオスの状態になっている。</li> <li>・ 音楽にたとえば、曲は音符の全オクターブをあちこちと密に動きまわり、とりとめのない状態を呈する。</li> </ul>	カオス状態
要約	<ul style="list-style-type: none"> <li>・ kが0から4に変化してゆくと、その力学的振る舞いはきわめて複雑になり、状態は定常的, 周期的, カオスのへと変化する。可変ダイヤルkは、それをまわしてゆくにつれて、あらゆるものを複雑化する。</li> </ul>	

力学系の理論を導入すると、単純な一つの方程式の中に、広範囲にわたる振る舞いが含まれており、パラメータを少し変化させるだけで、それぞれ異なるタイプの振る舞いが生起することがわかる。図1のEに見るように、ストレンジ・アトラクター (strange attractor) で記述されるカオスに対応する一見ランダムな形で状態が変化することも知覚できよう。ここで注意すべきは、上述のカオス的な方程式は、「一般に低次元のカオス (low dimensional chaos) を生成するものであり、容易に非線形構造を発見でき

ることを含意しているのである。』(\*<sup>3</sup>)一方、低次元に対応する、その発見がむずかしいと云われる高次元のカオス (high dimensional chaos) を生成する方程式も存在する。たとえば、M. Mackey と L. Glass による Mackey-Glass の方程式は、その一例である(\*<sup>4</sup>)。当該方程式は、2式に見るように時間の遅れをもつ微分方程式になっている。

$$\dot{x}(t) = \frac{ax(t-c)}{1+x(t-c)^{10}} - bx(t) \quad (2)$$

3種の定数は、 $a=0.2$ ,  $b=0.1$ ,  $c=100$ である。われわれは一先ず低次元のカオスに着目し、非線形のアプローチからそのパターンを識別する。

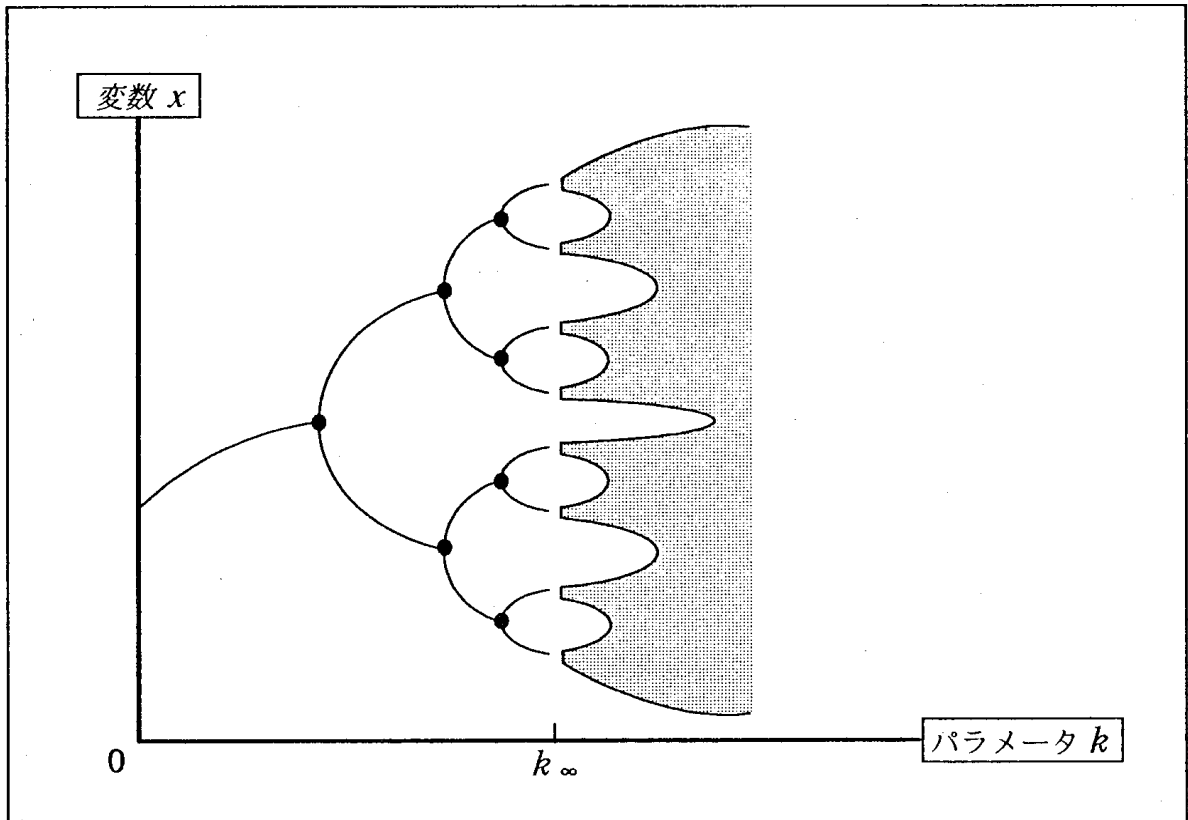
### 1-3 周期倍分岐

前述のロジスティック方程式の複雑な振る舞いを、可変ダイヤル  $k$  を種々変化させ、その概要を図1と表1で示した。たとえば、 $k$ の値が3を越えると、定常的な状態は2周期軌道へと入れ替わり、さらに  $k$ の値が増加するにつれて次々と4周期軌道、8周期軌道、16周期軌道、……、が出現する。すなわち、パラメータの変化により吸引的な周期  $n$  のサイクルが反発的となり、吸引的な  $2n$  サイクルが出現するが、これがいわゆる周期倍分岐(\*<sup>5</sup>)

(period doubling bifurcation) なのである。この周期倍分岐は高速で増えていき、 $k=3.58$ 付近で周期は無限大となり、ロジスティック方程式はカオス状態に突入していくのである。 $k=4$ の最大値のところでは、「カオス状態が発生するメカニズムとしての周期倍増型カスケードを伴いながら、状態は、定常的→周期的→カオス的と変化していく」(\*<sup>6</sup>)ことがわかる。

これまでに述べた可変ダイヤル  $k$  の値について、ロジスティック方程式の力学的振る舞いの全体像は、分岐図 (bifurcation diagram) を用いて把握することができる。コンピュータ・グラフィックスを使うと、1つ1つの点がそれぞれの反復計算の答えとなるが、異なるパラメータを入れて非線形方程式を解いたときに何が起こるかを視覚的に理解できる。また、方程式のパラメータを少し変えるだけで、まったく異なった図形が得られる。図2は、

図 2 . 模式的に表現した分岐図形の一例



横軸にパラメータ  $k$  を、縦軸に 1 次元相空間の安定的な状態（枝）をそれぞれ取って、分岐の様子を概念的に示したものである。

分岐 (bifurcation) とはアトラクターの幾何学的性質が変化することを意味するが、系が現在、分岐図のどこにあるかは、その系特有の歴史を反映している。「……もし系が分岐図の特定の道筋を通らなかったならば、系は現在の状態にはないであろう。時間を革新的なものにするのが臨界点でどちらを選ぶかを定める非決定論」<sup>(\*)</sup>、すなわち一見ランダムに見えるゆらぎの重要な役割になっている。

## 2 組織のリズム

非線形性に関する概要を述べたので、次にアトラクターの概念とその典型的な種類を説明する必要があるだろう。われわれは、特にリミット・サイクル



(limit cycle) に注目するが、企業の組織的活動にもそれが見られるからにはほかならない。「リミット・サイクルは事実上いかなる組織的活動からも引き出せうとはいえず、ここに、売上高と利益といった2種のビジネス業績に関する通常の尺度間の相互作用 (interaction) を検討することにより、その具体的方法を開発しうる。これら2種の変数は、組織が非線形システムであることをまず第一に明白にしてくれる。すなわち、さらに云えば、要請されるデータは、大抵の企業にとってすぐにも利用可能である」(\*8)と、H.R.Priesmeyer はアプローチ上の利点を強調している。分析上の視点の有効性を裏打する意味で、システム・ダイナミックス (system dynamics) を用いた D.R.Rasmussen と E.Mosekilde のシミュレーション結果(\*9)も併せて紹介する。

## 2-1 アトラクターの概念と代表的な種類

現代の数学的力学系で開発されたアトラクター (attractor) の考えは、システムが向う最終的状态をモデル化することにより、システムの時間発展に対する道筋を明示する意図をもつものである。換言すれば、システムが将来のいかなる地点に向っているかを理解する試みであり、アトラクターという名称はシステムをそれ自体の方向に引張るという特性に由来する。身近な事例をあげれば、丸いボールを大きな盥に投げこむと、ボールは何度も転がるが、最終的には盥の底で止まる。盥の底が、アトラクターということになる。この種の数学的モデル化の意義は、社会科学の分野においても、消費者行動、企業の組織的行動、社会全体の行動を理解するうえできわめて適切と考えられるからである。

アトラクターは、存在にとっての生れながらにそなわっている最終的状态に達するある種の潜在的可能性とも解釈しうる。榎の木は、どんぐりのアトラクターにみたてることもできる。したがって、成長する榎の苗木は、成長した榎の木である形態的なアトラクターに吸引されると云えよう。このように、今日アトラクターは、かなり拡大された概念として多くの分野で用いら

れている。

アトラクターには、基本的に4種のタイプが存在する。すなわち、

- ① 点アトラクター (point attractor)
- ② リミット・サイクル (limit cycle)
- ③ 準周期的アトラクター (taurus attractor)
- ④ ストレンジ・アトラクター (strange attractor)

これらの詳しい説明は、今日多くの力学系の文献で取扱われているゆえ省略することとし、リミット・サイクルとストレンジ・アトラクターについてのみ簡単な解説を加えておく。

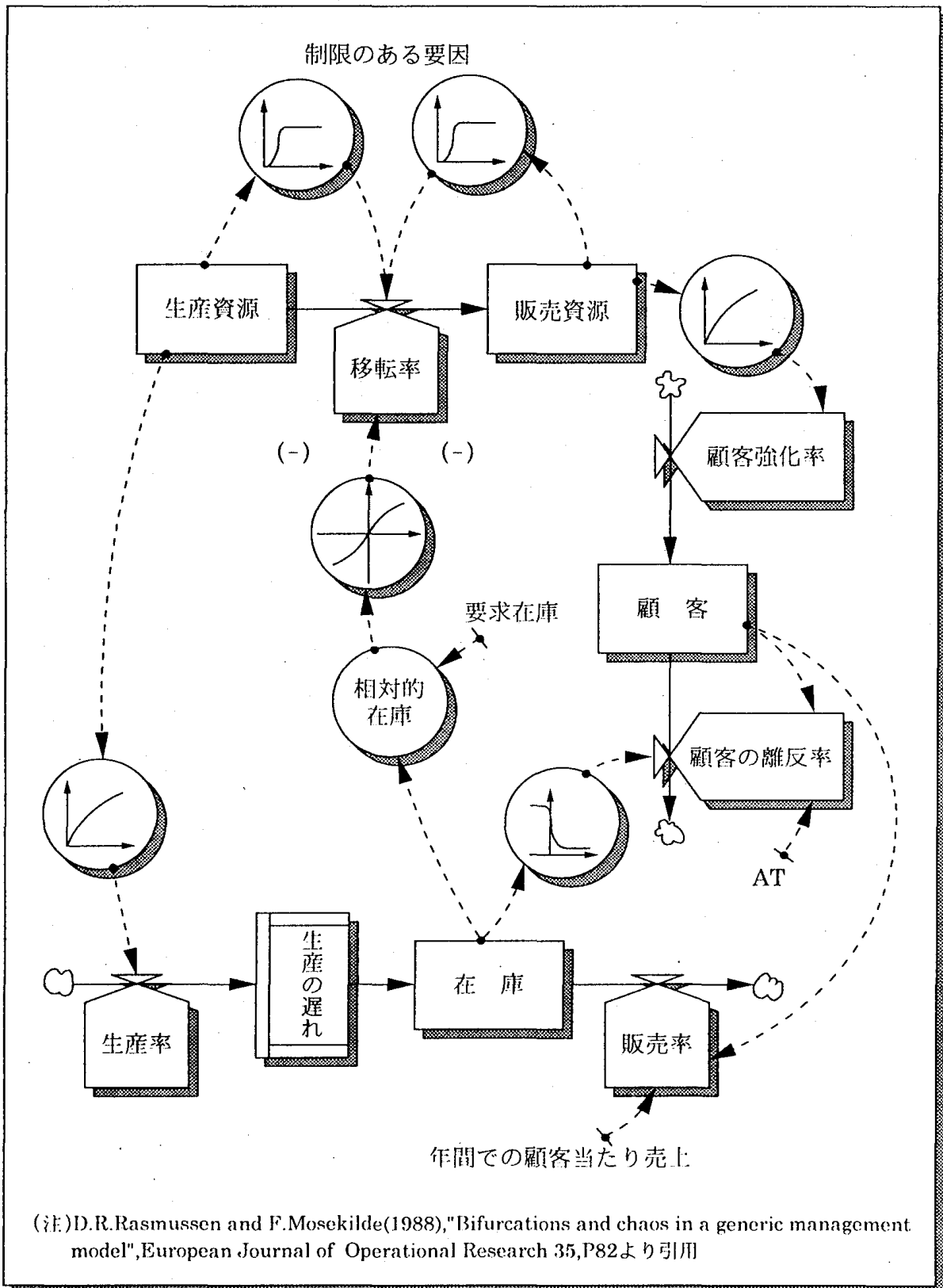
## 2-2 リミット・サイクル

リミット・サイクルとは極限周期軌道と訳されており、相空間の中で周期的な循環ないし軌道を有するアトラクターである。リミット・サイクルが見られる興味深い例として、J. Briggs と F.D. Peat は、「食うものと食われるものの系」<sup>(\*10)</sup>を取りあげている。すなわち、両者の系は、相空間の中で安定的なりミット・サイクルを示すという。カワカマスとマスのように、一匹一匹は独立に行動する生物であっても、その集合としての系全体は安定的な秩序を形成するのである。

ところで、企業組織のリミット・サイクルの重要性を示唆する研究として D.R. Rasmussen と E. Mosekilde は、「全社的マネジメント・モデルにおける分岐とカオス」という論文で、典型的なマネジメント・システムに見られる周期倍分岐やカオス的な振る舞いがいかに組織の内部に生成されるかを、システム・ダイナミックスを用いて分析している。図3は、当該分析におけるシステム・ダイナミックスのフロー・ダイヤグラムを示したものである。<sup>(\*11)</sup>

図3に見るように、この分析には4種のレベルの変数が考慮されている。すなわち、生産および販売資源、完成品の在庫と顧客数である。加えて、生産調整の時間的要請を表現するために、生産レイト (production rate) と在庫との間に受注の遅れを考慮している。経営的資源を示す2種の変数の総

図3. 全社的マネジメントから見た資源配分のためのフロー・ダイアグラム



和が一定に保持され、当該システムはかくて6種の独立した状態変数を有することになる。その内、販売資源、完成品の在庫、顧客数が最も本質的な変数となっている。シミュレーションの結果の内、われわれの文脈に関連する部分を要約すると、「リミット・サイクル的な振る舞いが経営システムに有益であり、あるいは少なくとも負の効果がシステムを安定させるのに要するコストと比較して小さいことを容認しうる事例にはなりうる」<sup>(\*)12)</sup>と、筆者は結論づけている。さらに言及すると、「とりわけ、カオス的な振る舞いは、多くのケース・スタディにおいて、その振る舞いの識別や背後にある力学的プロセスを理解することのむずかしさを描写する複雑性 (complexity) におそらく結びついている。結果として、かかるシステムの制御と安定化 (stabilization) はほとんど不可能である」<sup>(\*)13)</sup>と、事実の根元を指摘している。加えて、システム・ダイナミックスによるアプローチに関しても一言すれば、複雑な体系を定量化するのではなく、体系全体の動きを十分把握したうえで、その調和を保持する方法を探索することに狙いがある。「モデルを非線形にして、予測にあまりこだわらないようにすべきだ、というのがシステム・ダイナミックスの立場」<sup>(\*)14)</sup>であると云われるのも当然の理と云えよう。後述するように、生成しうるリミット・サイクルは、昨日から今日にかけてのユニークな軌道を創造する経済的変数の振る舞いに見られるパターンの存在を実証してくれよう。

われわれは、包括的に見て複雑性に富む企業組織の活動パターンを、絶対的安定性からのレンジとして捉える発想を採用する。高次元のカオスは分析の対象外とし、理解のしやすさと短期予測の可能性を含む低次元のカオスに焦点を合わせ、システムの状態から自然に創発するハートビーツ (heart-beats) にたとえられる組織のリズムを考察するのである。

### 2-3 ストレンジ・アトラクター

ストレンジ・アトラクターとは、「点が同じところに現われることもなければ軌道が交わることもないが、点も軌道共に相空間の同じ領域の中に留まっ

ているような、相空間のアトラクターで」(\*15)、カオス的なアトラクターと呼称されることもある。これは、尺度不変な (measureless) 複雑性をもつ入りくんだ数学的パターンを形成し、システムが時間と共に向う最終的状态を示している。ストレンジ・アトラクターには、2 種の特徴がある。「第一に、リミット・サイクルとはちがい、初期条件にきわめて敏感に反応すること。ストレンジ・アトラクターへと向う系の長期的な振る舞いは、それが最初どのような状態にあったか、その詳細次第で決まる。第二に、リミット・サイクルとはちがい、それはフラクタル (fractal) なものである。」(\*16) フラクタルとは、数学者 B.Mandelbrot による自己相似性を意味する用語である。「ストレンジ・アトラクターのどの部分をどれだけ拡大しても、その中にこのアトラクターの全構造が含まれている。モチーフの中にモチーフがあり、その中にさらにモチーフがあり……と無限に続くこの特質は、自己相似性として知られ、どの大きさにおいても、モチーフが忠実にくり返されている。」(\*17) 形態の多様性や時間的な発展の複雑性の内にフラクタルな特性が潜んでいるのが現実の世界であり、まさにあれもこれもフラクタルといえよう。ストレンジ・アトラクターの次元がフラクタルであるという事実が、われわれをカオスへと導くのである。

日頃、われわれが手にする時系列の観測値は、影響を及ぼす要因に固有の相関々係を反映するようにデータが凝集する場合が多い。これがいわゆるフラクタル系列であり、企業や産業の売上高によく見られる現象なのである。

### 3 非線形軌道の描写とパターン認識

本節では、組織としてのリミット・サイクルを相平面 (phase plane) に描写し、そのパターンを識別する実践的方法を述べる。アプローチの詳細を展開するに当たり、売上やマーケットシェア分析といった、業績に関する定量分析の基礎を形成する領域での採用する変数と尺度、データの処理に関する諸注意、軌道の描写法やアトラクターのパターン特性などをマーケティング

グ活動の範囲内で説明する。

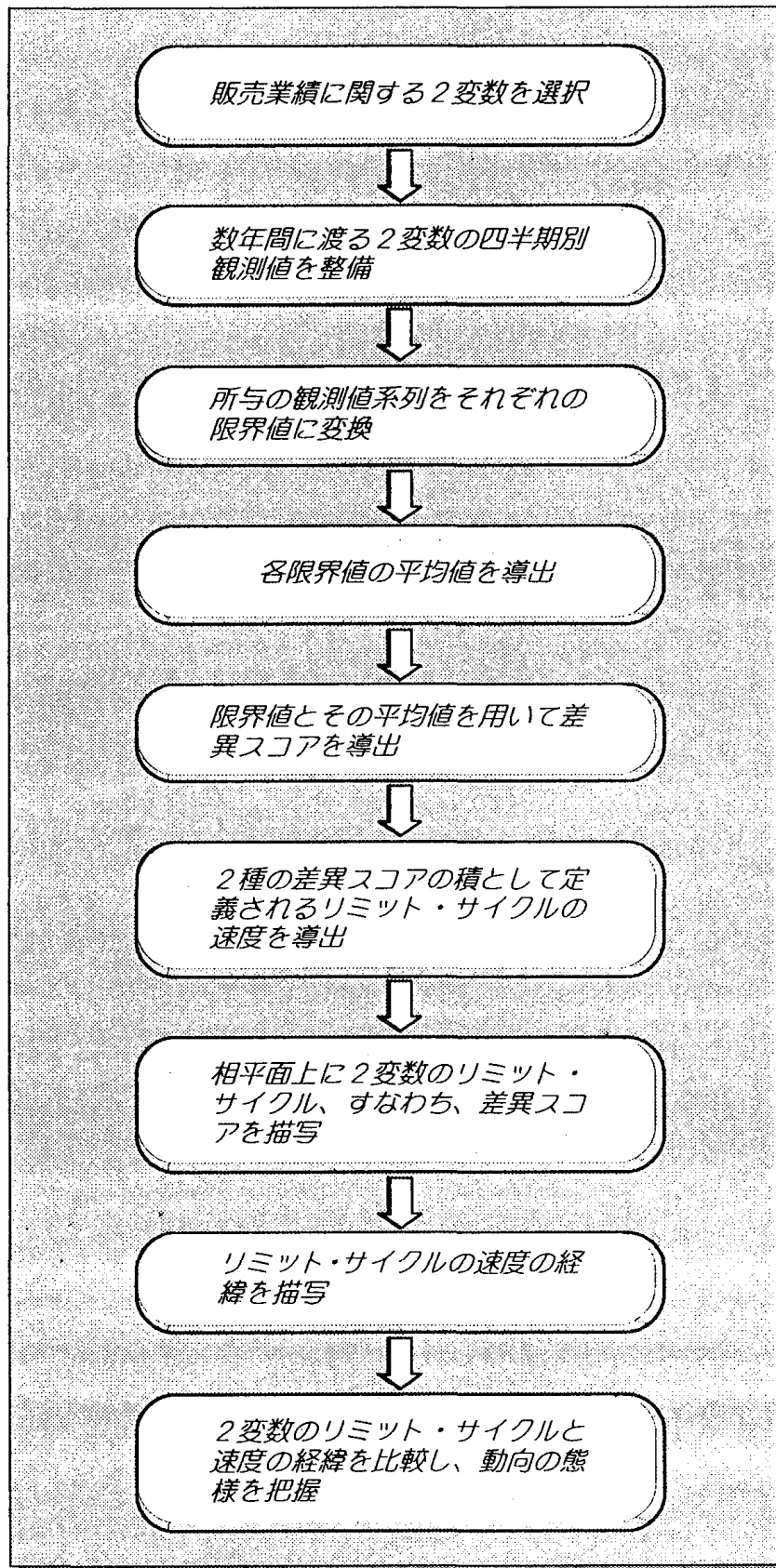
### 3-1 アプローチの体系

前述のように、企業の組織活動もわれわれのハートビーツに類似した特色のあるリミット・サイクルをもつことで知られている。企業の業績を示す四半期別の売上高と利益、マーケットシェアと価格などの2元的データは、アトラクターに粘着する傾向があるといわれる。経験が教えるところによれば、組織としてのマーケティング活動がもたらす業績は、第1四半期、第2四半期、第3四半期、第4四半期、といったタイムスパンで激しく振動する場合が多い。カオス理論は、先に紹介した Rasmussen と Mosekilde のシミュレーション結果が示唆するように、企業の存在基盤が強固であれば、組織はある一定の期間は基本的にリミット・サイクルに従うと考えられるが、環境変化への反応がサイクル自体を分岐させることもありうる。すなわち、時折、アトラクターが突発的にくずれ、カオスへの移行をうながすのである。そこには、「緊張に満ちた期間のさなかに、安定化を求めて新しいパターンに遷移する潜在的可能性を見出すことができよう。」<sup>(\*)18)</sup> 注意深い観察や意思決定者のすぐれた体感能力は、「企業のリミット・サイクルの形態や周期の変化の視点からカオスへの移行を予測可能にするかもしれない。」<sup>(\*)19)</sup> 業績のカオスやカオスに近いパターンは、組織としてのマーケティング活動に何らかの創発の機会を提供しているのである。

そこで、組織としての活動から生起するリミット・サイクルを考察するための具体的アプローチの全体系を図4に示すが、構成自体は9ステップから成立っている。各ステップに用いる尺度値の導出は、簡単な数学的操作に依存する。

キーとなる重要な尺度は、限界値 (marginal values), 差異スコア (difference scores), リミット・サイクルの速度 (limit cycle's velocity), 速度の経緯 (velocity history) の4種である。

図4. リミット・サイクルを考察するためのアプローチ体系



### 3-2 変数の選択と季節調整の問題

一般に、本分析以外の他の領域におけるカオス理論の定量的な応用には、何百何千もの時系列観測値が必要になる場合が多い。たとえば、経済的系列のアトラクターの識別に用いるリアプノフ指数 (Lyapunov exponent) の最大値を計算するには、 $D$  を次元数として、最低限でも  $10^D$  個を必要とする<sup>(\*)20)</sup>。したがって、仮りにアトラクターが2次元であれば100個、3次元であれば1,000個、4次元なら10,000個の長期的観測値が不可欠となる。ここでの目的は、基本的なアトラクターを反映するようなパターンを描写することであり、比較的短い維持期間 (duration) のサイクルをもつプロセスを対象とするゆえ、観測値も7～8年で十分といえよう。われわれが選択するデータに関して、以下の諸点に留意する必要がある。

#### (1) データのタイプ

データのタイプは、販売業績に関連する2種の時系列観測値であり、たとえば、売上高と利益、マーケットシェアと価格などの2元的データ・セットがその典型となろう。

#### (2) 観測値のタイム・スパンと系列の長さ

観測値のタイム・スパンは、通常、四半期別を採用する。その理由は、短期軌道計画<sup>(\*)21)</sup>とわれわれが呼称する戦略的計画の策定へ連鎖するリミット・サイクルの考察にとって、四半期別データは適合性、十分性、便宜性の点でふさわしいと考えられるからである。「より短期の操作的プロセスに焦点を合わせた研究にとって、月別あるいは週別のデータが、妥当なりミット・サイクルを示すであろう。」<sup>(\*)22)</sup>たとえば、ブランド別の売上状況の把握には、週別や旬別のアプローチが意味をもつ。

採用するデータ系列の長さに関しては、前述のように、四半期系列では7～8年が適当であり、月別や週別では、前者が4～5年、後者は1～2年で十分と思われる。

#### (3) 季節調整の問題

伝統的な四半期別時系列の統計的分析では、いわゆる季節性 (seasonality)



の調整が問題になる。企業の売上高の明白な季節性は、毎年のリミット・サイクルを形成する四半期データに反映されるからである。S.Hylleberg は、外生的な要因で生起る季節変動の基本的な原因を 3 種に大別している<sup>(\*)23)</sup>。すなわち、

- ① 天候（気温、降雨量、日照時間など）
- ② 暦上の社会的行事（クリスマスや復活祭などの宗教的なフェスティバルや行事のタイミングなど）
- ③ 社会的、制度的事情による意思決定上のタイミング（学校や企業の長期休暇、企業の決算期、株式の配当やボーナス支給の期日など）

上述のような外生的な一種の環境要因で生起する季節性は、販売業績に関するパターンの変化に反映されると共に、リミット・サイクルを形成する多数の影響力の一部と考えられる。したがって、ここでの分析では、原則としてデータの季節性は調整せずに実施することになる。以上が、分析に先立つデータ取扱上の基本的な留意点である。

### 3-3 計量的な分析手続と計算結果の描写

図 4 に示した分析の体系図に照らして、各ステップに見る数学的な演算やアトラクターの描写の方法を具体的に示す。

#### (1) 限界値 (marginal values) の導出

限界値とは、所与の観測値の前期に対する増分として定義され、プロセスのダイナミックな評価を提供する。2 種の変数を  $x_j$  ( $j = 1, 2$ )、期間を  $t$  ( $t = 1, 2, \dots, T$ ) とすると、限界値  $m_{tj}$  は次式で与えられる。

$$m_{tj} = x_{tj} - x_{t-1,j} \quad (3)$$

たとえば、表 2 は 9 期間での 3 製品、A、B、C の売上高と、それに対応する限界値の仮想例を示したものである。

3 種の限界値を見ると、製品 A は等差の成長性を、製品 B は明白な振動 (oscillation) を、最後の製品 C は 2 期間の上昇と次の 2 期間の下降を繰返す強い季節効果を示している。かかる業績のパターンは、前述のロジスティッ

表 2. 製品 A, B, C の売上高とその限界値

年/期	観 測 値			観測値の限界値		
	A	B	C	m <sub>1</sub>	m <sub>2</sub>	m <sub>3</sub>
94/ 1	100.0	100.0	100.0	—	—	—
94/ 2	105.5	105.5	105.5	+5.5	+5.5	+5.5
94/ 3	111.0	100.0	111.0	+5.5	—5.5	+5.5
94/ 4	116.5	105.5	105.5	+5.5	+5.5	—5.5
95/ 1	122.0	100.0	100.0	+5.5	—5.5	—5.5
95/ 2	127.5	105.5	105.5	+5.5	+5.5	+5.5
95/ 3	133.0	100.0	111.0	+5.5	—5.5	+5.5
95/ 4	138.5	105.5	105.5	+5.5	+5.5	—5.5
96/ 1	144.0	100.0	100.0	+5.5	—5.5	—5.5

ク方程式を用いて生成することができる点と、限界値が分析上の基本になっている点に注意が肝要である。

(2) 平均限界値の導出

先に求めた 2 変数の限界値を手引きに、それぞれの平均値  $\bar{m}_j$  ( $j = 1, 2$ ) を導出する。

$$\bar{m}_j = \frac{\sum_{t=2}^T m_{tj}}{T-1} \quad (4)$$

ここに、 $T$  は計測期間数である。

(3) 2 変数に関する差異スコア (difference scores) を導出する。

差異スコアとは、それぞれの変数の限界値が時間経過と共に、その平均値からどの程度乖離しているかを示す尺度である。差異スコアを  $d_{ij}^*$  ( $t = 2, 3, \dots, T; j = 1, 2$ ) で与える。

$$d_{ij}^* = m_{tj} - \bar{m}_j \quad (5)$$

(4) リミット・サイクルの速度 (limit cycle's velocity) をそれぞれ導出

する。

リミット・サイクルの速度とは、2変数のそれぞれの期間に対応した差異スコアの積と定義される。velocity という語句は力学の分野で用いられ、変化の方向性を含意している。求める速度を  $v_t$  ( $t = 2, 3 \dots, T$ ) とすると、これは次式で与えられる。

$$v_t = d_{ij}^* \times d_{i,j-1}^* \quad (6)$$

ここに、 $d_{ij}^*$  は第1の変数を、 $d_{i,j-1}^*$  は第2の変数を意味する。

#### (5) 2変数のリミット・サイクルの描写

相平面上に、上記(3)で導出した差異スコアをプロットするが、このとき横軸に売上高といった第1の変数に関するものを、縦軸には第2の変数としての利益をそれぞれ採用する。かくて、相平面に描写された2元的な変化のパターン図が、判断の基礎を与えるリミット・サイクルとなる。なお、各軸上には、平均限界値を図示するとよい。

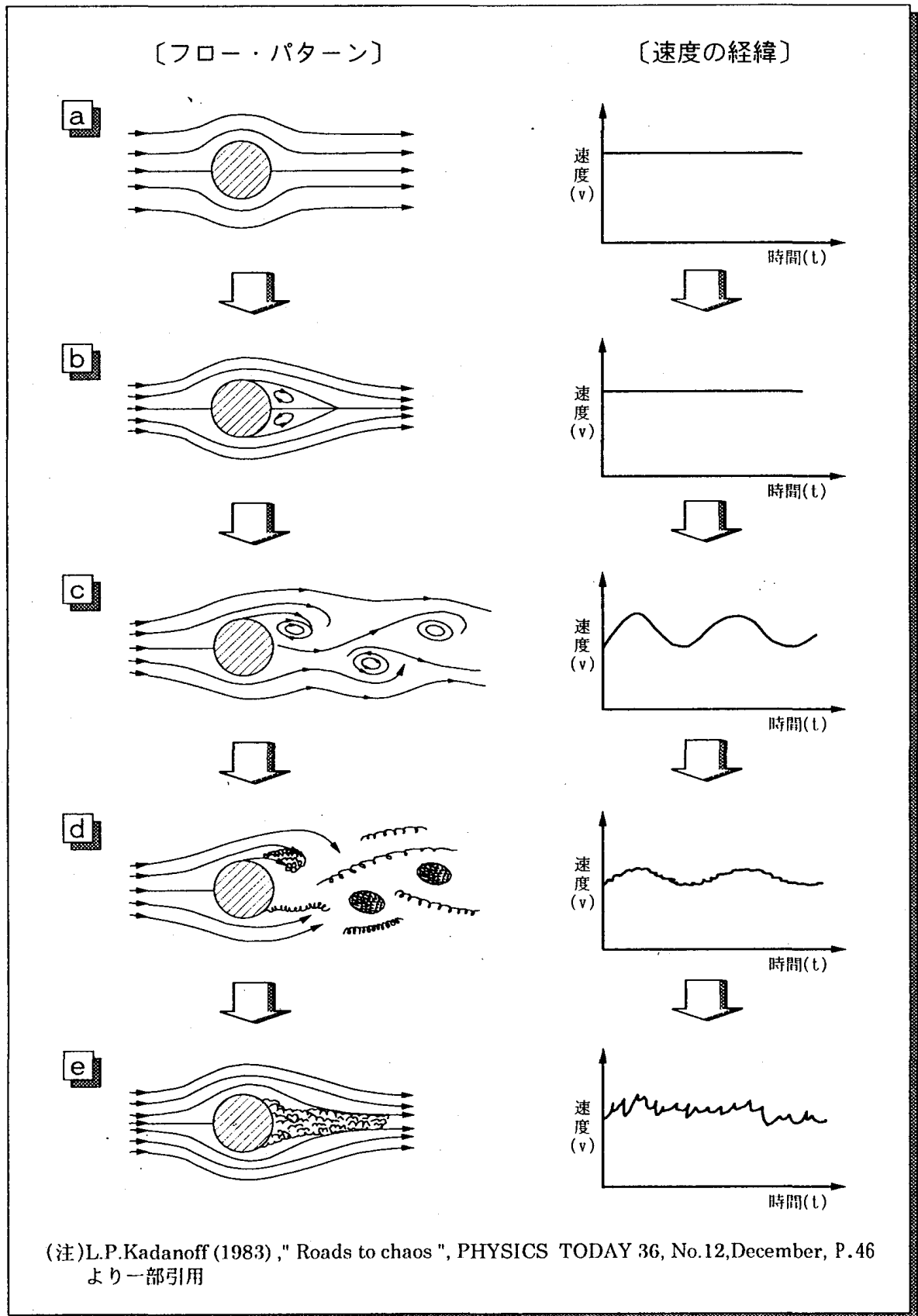
#### (6) 速度の経緯 (velocity history) の描写

分析結果の総合的判断や短期軌道計画策定への戦略的発想をより実りあるものにすべく、速度の経緯をも図示して、先のリミット・サイクルと併用するのが实际的である。具体的には、相平面を用意し、横軸に期を、縦軸には上記(4)で導出したリミット・サイクルの速度をそれぞれ取ってプロットする。速度の経緯を図示するという発想は、Leo P. Kadanoff の流体の流れに見るカオス生成の歴史的プロセスに関する研究に依存する<sup>(\*)24)</sup>。図5は、Kadanoff による流体に関する流れのパターンを引用したものである<sup>(\*)25)</sup>。

図5の流れのパターンから、流速が非常に小さい場合から出発して、次にそれがわずかに大きくなり、やがて最終的に乱流となる様子が速度の経緯と共に可視的にうかがえる。まさに、このような描写は、カオスへの道 (roads to chaos) をイメージするのに十分といえるであろう。

「velocity」という用語は、システムの安定性を示す尺度である。当該尺度は、2変数に基づく差異スコアとして産出されるゆえ、変数の一方か両

図5. 流体力学におけるフローの態様



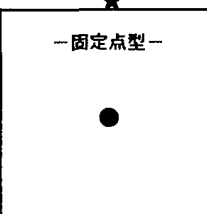
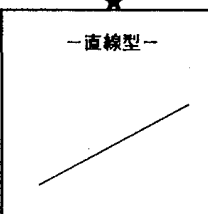
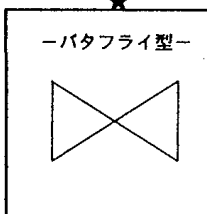
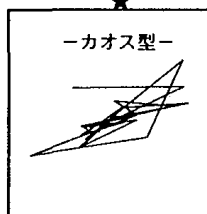
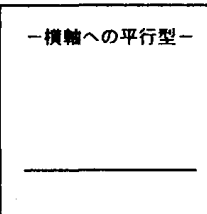
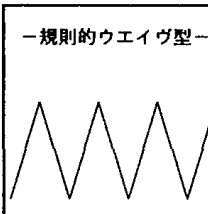
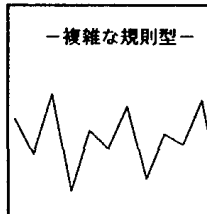
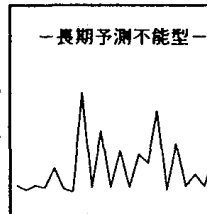
方の尺度に関する整合性は安定状態の条件を反映する。システムにおける振動の発展は、方向性をもつ速度の増加を創発する。かかる速度の尺度を時間の経過と共に描写することが、その経緯を提供することになる。」<sup>(\*26)</sup>

### (7) アトラクターの基本的パターン

われわれの分析の狙いは、7～8年間の2変数に基づく販売業績のシステマティックなパターンを識別することにあるが、最も重要な点は非線形なリミット・サイクルの振る舞いの発見である。着目すべきアトラクターのパターンは、周期1軌道、周期2軌道、周期4軌道、そしてやがてカオスへの道へ漸次移行する軌道の4種である。図6は、これら4種のパターンの概念図を速度の経緯と対比して載せてある。

パターン1の周期1軌道は最も安定しているが発展性に乏しく、一方パターン4の複雑な軌道はカオス型で業績の創発性を内在するものである。

図6．リミット・サイクルにおける各種のパターン

状態 区分	周期1の場合 【パターン1】	周期2の場合 【パターン2】	周期4の場合 【パターン3】	カオス的な状態の場合 【パターン4】
リミット・ サイクル	<p>★</p> <p>— 固定点型 —</p>  <p>★</p> <p>— 【売上差異スコア】 —</p>	<p>★</p> <p>— 直線型 —</p>  <p>★</p> <p>— 【売上差異スコア】 —</p>	<p>★</p> <p>— バタフライ型 —</p>  <p>★</p> <p>— 【売上差異スコア】 —</p>	<p>★</p> <p>— カオス型 —</p>  <p>★</p> <p>— 【売上差異スコア】 —</p>
速度の 経緯	<p>+</p> <p>— 横軸への平行型 —</p>  <p>— 【期(四半期)] —</p>	<p>+</p> <p>— 規則的ウェーブ型 —</p>  <p>— 【期(四半期)] —</p>	<p>+</p> <p>— 複雑な規則型 —</p>  <p>— 【期(四半期)] —</p>	<p>+</p> <p>— 長期予測不能型 —</p>  <p>— 【期(四半期)] —</p>
備考	上記の図中に見る★印は、平均限界値を示す。			

### 3-4 数値例

分析手続の詳細を説明したので、次に数値例を示す、表3は、ある企業の製品Qの売上高 ( $x_1$ ) と、営業利益 ( $x_2$ ) の過去25期間の四半期別観測値をもとに、一連の分析を展開するための計算シートを示すものである。

表3. リミット・サイクルのパターン識別のためのワークシート

(単位:億円)

年/期	観測値		限界値		差異スコア		速 度
	売上高 $x_{t1}$	利 益 $x_{t2}$	売上高 $m_{t1}$	利 益 $m_{t2}$	売上高 $d_{t1}^*$	利 益 $d_{t2}^*$	$d_{t1}^* \cdot d_{t2}^*$ $v_t$
90年/1期	49.08	17.00	—	—	—	—	—
90年/2期	48.77	16.30	-0.31	-0.70	-0.9917	-0.7354	0.7293
90年/3期	48.21	15.58	-0.56	-0.72	-1.2417	-0.7554	0.9380
90年/4期	47.12	14.45	-1.09	-1.13	-1.7717	-1.1654	2.0647
91年/1期	51.37	17.71	4.25	3.26	3.5683	3.2246	11.5063
91年/2期	53.67	16.70	2.30	-1.01	1.6183	-1.0454	-1.6918
91年/3期	49.58	14.70	-4.09	-2.00	-4.7717	-2.0354	9.7123
91年/4期	51.33	14.92	1.75	0.22	1.0683	0.1846	0.1972
92年/1期	51.80	15.87	0.47	0.95	-0.2117	0.9146	-0.1936
92年/2期	55.58	16.57	3.78	0.70	3.0983	0.6646	2.0591
92年/3期	56.03	16.63	0.45	0.06	-0.2317	0.0246	-0.0057
92年/4期	54.64	15.07	-1.39	-1.56	-2.0717	-1.5954	3.3052
93年/1期	56.40	15.02	1.76	-0.05	1.0783	-0.0854	-0.0921
93年/2期	55.30	14.56	-1.10	-0.46	-1.7817	-0.4954	0.8827
93年/3期	58.37	15.10	3.07	0.54	2.3883	0.5046	1.2051
93年/4期	58.48	14.99	0.11	-0.11	-0.5717	-0.1454	0.0831
94年/1期	57.83	14.17	-0.65	-0.82	-1.3317	-0.8554	1.1391
94年/2期	56.53	13.76	-1.30	-0.41	-1.9817	-0.4454	0.8826
94年/3期	61.11	14.62	4.58	0.86	3.8983	0.8246	3.2145
94年/4期	62.02	15.22	0.91	0.60	0.2283	0.5646	0.1289
95年/1期	60.70	14.31	-1.32	-0.91	-2.0017	-0.9454	1.8924
95年/2期	61.84	14.16	1.14	-0.15	0.4583	-0.1854	-0.0850
95年/3期	62.88	14.38	1.04	0.22	0.3583	0.1846	0.0661
95年/4期	67.21	16.15	4.33	1.77	3.6483	1.7346	6.3283
96年/1期	65.44	17.85	-1.77	1.70	-2.4517	1.6646	-4.0811
平均値	—	—	0.6817	0.0354	—	—	—

表3において、第2欄と第3欄が観測値の原系列、第4欄と第5欄が限界値、第6欄と第7欄が差異スコア、第8欄に関しては速度をそれぞれ表わす。若干の計算について、言及すれば、 $\bar{m}_1=0.6817$ 、 $\bar{m}_2=0.0354$ であるから、たとえば $d_{21}^*$ 、 $d_{22}^*$ などは、次のように計算する。

$$\begin{aligned} d_{21}^* &= m_{21} - \bar{m}_1 \\ &= -0.31 - 0.6817 = -0.9917 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} d_{22}^* &= m_{22} - \bar{m}_2 \\ &= -0.70 - 0.0354 = -0.7354 \end{aligned}$$

したがって、求める速度 $v_2$ は、

$$\begin{aligned} v_2 &= d_{21}^* d_{22}^* \\ &= (-0.9917)(-0.7354) = 0.72929618 \\ &\simeq 0.7293 \end{aligned}$$

これらの計算結果にもとづく相平面上への描写は、図7のようになる。

当該製品の場合、ユニークなサイクル特性を示している。すなわち、リミット・サイクルと速度の経緯からカオスのパターンに属していることがわかる。したがって、現状の分析を徹底し、新しいサイクルを打ち立てる努力が要請されよう。システムの現状は過去の創発によるため、過去を理解することも将来を思考する第一歩になるといえよう。

ここで、第2の数値例として、週別POSデータによるアプローチの結果を示す。具体的には、名古屋市内のあるファミリー・レストランにおける1994年7月2週から1995年7月4週までの56週にわたる売上高と来店客数との関係を図8に与える。

本来ならば、もう1年間ぐらゐのデータが使用でき、さらに収益性を示す変数が追加できればより興味ある示唆が得られたと考えられる。図8の結果は、次の事実を反映している。

- ① 大まかに云えば、夏期休暇、正月休暇、ゴールデン・ウィークといった休日の多い期間を除いては、アトラクターは固定点型を示しており、店舗の将来的発展性に問題点を見出せる。

図7. 製品Qにおけるリミット・サイクルのパターン

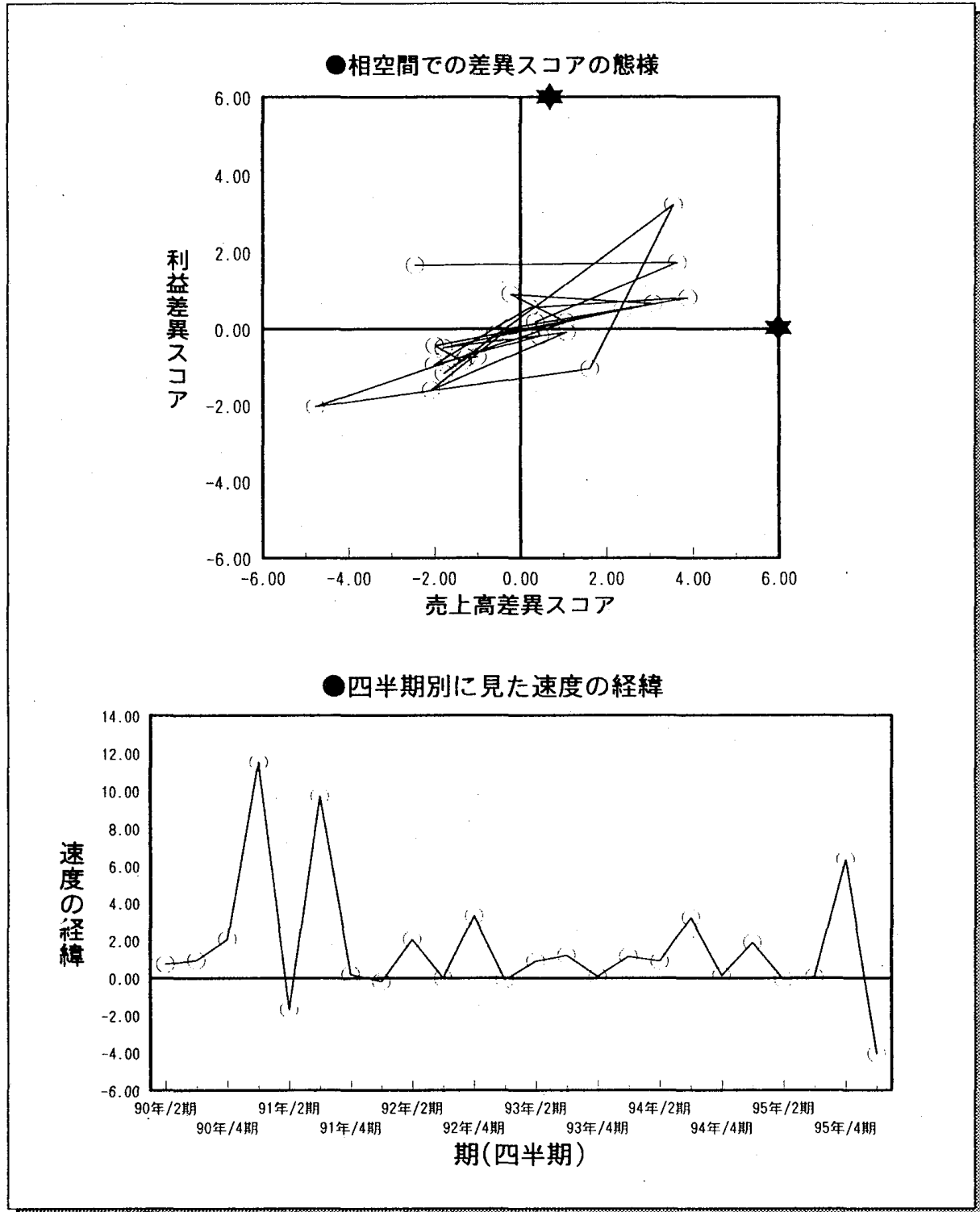
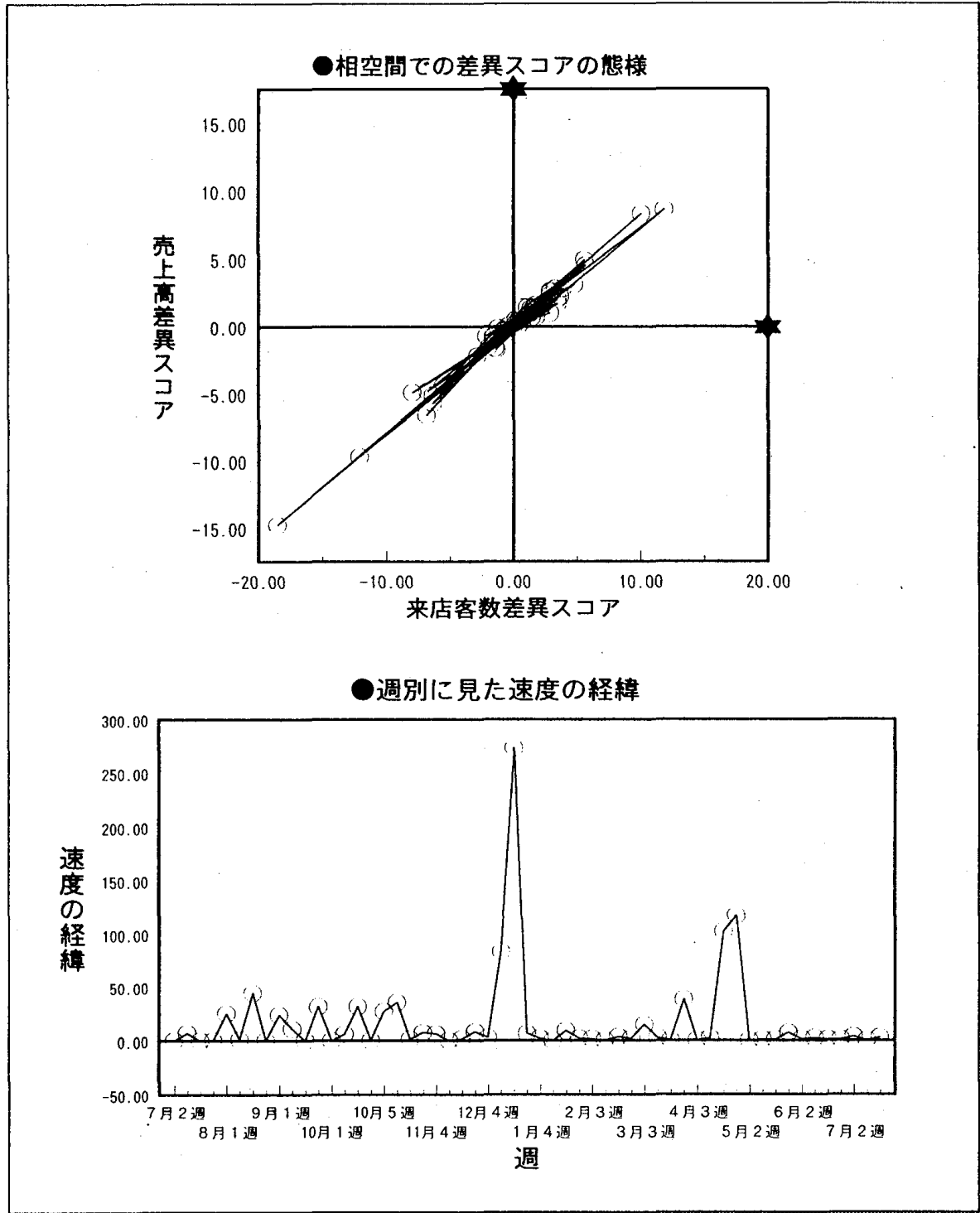




図8. あるレストランにおけるリミット・サイクルのパターン



- ② 事実、この店舗の客層は学生を含む若年層が中心であり、客単価が低く、固定点型のパターンをもつという事実は、早晚収益性の側面で何らかの基本的改善をマネジメントに要請すると思われる。

以上の現実の数値例が示唆するように、リミット・サイクルのパターン図は、意思決定者であるマーケティング・マネージャーに今後の方向性を提供するビジョニング (visioning) を可能にする利点がある。ビジョニングには、識別力 (discernment)、先見力 (foresight)、洞察力 (insight)、創作力 (imagination)、想像力 (dreaming) をすべて含意した用語で<sup>(\*27)</sup>、非線形なアプローチにとって欠くことのできない能力の一端を表現する。職務上は同等であっても、人が異なればビジョニングから得られる知見の深みは異なることになる。リミット・サイクルのパターン図は、システムの将来の振る舞いを予測するというよりも、ビジョニングを通してあるべき方向性を確立するための条件づくりにとって必須のツールとなろう。

### 3-5 場面志向

数値例の問題にピリオドを打って、リミット・サイクルがくずれカオス状態が顕現した場合の対応について一言しておく。前節のパターン図でいえば、まさにカオス型の振る舞いのケースが対象となる。

#### 3-5-1 カオスと因果関係の不可視性

カオス状態を考察する際、最も注意すべきは、因果関係の不可視性という事実である。われわれはともすると、変化する振る舞いのパターンを見て、何故にそのような事態が生じたかの原因を追求する習慣が身についている。しかしながら、カオス的な振る舞いから因果関係を追求しても、細かい事実の散漫な動きにまぎれてまず特定化不能な場合が多いことに気付くであろう。結局のところ、原因らしきものは日常のビジネス活動に埋めこまれて不可視な状態から脱却できないのである。いずれにしても、事象は、何の脈絡もなく生起する。「偶然性がシステムの散漫な動きのなかで重要な役割を果たす」<sup>(\*28)</sup>

という事実こそ、ともするとマーケターが忘れがちな事象なのである。相対世界のなかでは、システムの存在基盤は揺らぎ、カオスを目指す部分が定常的に存在するといった拡大された意識を、マーケターはもつべきであろう。

### 3-5-2 現在志向の重要性

原因と結果の関係が不明瞭な状態下で、将来についての見通しを立てるこの意義は半減する。したがって、企業としてなすべきことは、徹底的に現在を見つめ直すことであり、そのための一つの手掛りが過去の実績である。すなわち、

- ① 過去と自己相似的な関連性を辿ることによって、現在の状態や動きの中で異常なものを識別し、それを重視すること。
- ② これらの異常性の内から、マーケティング活動にかかわるビジネス機会や可能性および潜在的な種々のパワーの存在を発見すること。

つまり、「いまこの場」で創造性に富んだ新しいアイデアを生み出すことが、現在志向の戦略的思考といえよう。この場合重要なことは、過去とは現在にとっての過去であり、検証と反省によって、経験が常に新しい状況に対応できるよう解釈を改めて行なうことが要請される<sup>(\*)29)</sup>。一見、このようなアプローチは軽視されがちであるが、非線形性が強く作用する市場環境下ではマーケターにとって有効に機能する場合が多い。かくて、古い過去は新しい過去になるのである。新しい過去が現在と一体化したとき、そこに場面(scene)が生成されるのである。われわれは、汎用性のある処方箋に期待するものではなく、新しい状況が生れるたびに、必ず新しい思考を展開するといった自在力を必要とする。いわゆる場面毎の思考モデルを保持することが、前述のカオス型パターンに対応する基本条件となろう。

### 3-5-3 マネジメントへの示唆

数値例を含めて、これまでに述べた販売業績への定量的アプローチは、「現実の本質的に非線形である」という見解に焦点を合わせたものである。

不安定な業績は、予測不能なカオスの振る舞いを伴う非線形動学システムの発想を導入することにより特徴付けが可能になる。カオス・システム（chaotic systems）として組織的な活動結果を識別できることは、意思決定者であるマーケティング・マネジャーにカオス理論の新しい潜在的適用領域が存在することを示唆している。組織としての定量的な業績のパターン分析は、マネジメントに以下の知見を提供する。

- ① パターン分析を通して、業績変化の背後にひそむ流れを把握しうる。
- ② パターン変化の態様から、迅速な場面志向による組織の自在力発揮へのシグナル効果を提供しうる。
- ③ カオス的なパターンからマーケティング活動上の創発（emergence）機会を感知しうる。

リミット・サイクルによる業績のパターン分析はアプローチ自体が容易であり、その有効性から見て組織の定常的な展開として位置付けるべきであろう。また、当該アプローチの企業内での適用範囲は広く、操作的な尺度としてはキャッシュ・フロー、在庫回転率、減価率などは分析上の有力な候補となる。実務家や研究者にとって、組織の非線形的アプローチの有効性を認識するには、当該アプローチはその一端を占めるにふさわしいと云えるかもしれない。

## 結 語：

企業のマーケティング活動にとって、カオス理論は、新しいパラダイムを提供する。このパラダイムは、システムの振る舞いについての基本的事実に根差している。カオスは最近のトレンドとしてビジネスの世界でも注目をあびているが、経営者やマーケティング・マネジャーの内には理論の骨格を知って、その活用を渋る者もいるであろう。けれども、非線形動学（nonlinear dynamics）はずっと以前より力学の一側面を担っており、今後もシステムの振る舞いを記述するに有効なツールとして機能するであろう。極論すれば、

システムが存在する限り、カオスもまた存在するだろう。

本小冊子では、カオス理論のマーケティング領域での計量的アプローチを試みる意図で、2変数に関する販売業績のリミット・サイクルに着目し、業績の実践的パターン分析を展開した。分析の方法自体は極めて容易であるが、意思決定者であるマーケティング・マネジャーのビジョニング能力の高低によって、引き出せる知見の量と質は大幅に異なるという特性に留意する必要がある。カオス理論活用の一つの利点は、マーケティング現象の過去、現在、近未来の間の関係を連続帯として認識しうる点にある。生成されたりリミット・サイクルは、昨日から明日へのユニークな軌道を創造するマーケティング意思決定変数と基準変数との結合的な振る舞いに関するパターンの存在を描写してくれる。このパターンの認識が、複雑な非線形現象から得られる知見の原泉になるのである。

#### [参考文献]

- (＊1) R.H.Day (1983), "THE EMERGENCE OF CHAOS FROM CLASSICAL ECONOMIC GROWTH", Quarterly Journal of Economics, 98, p.211
- (＊2) P.Coveney and R.Highfield (1990), "THE ARROW OF TIME-A voyage through science to solve time's greatest mystery", W.H.Allen, 野本陽代訳 (1995), 「時間の矢, 生命の矢」, 草思社, p.226
- (＊3) D.A.Hsieh (1991), "Chaos and Nonlinear Dynamics: Application to Financial Markets", The Journal of Finance, vol.XLVI. No.5, December, p.1844
- (＊4) M.Mackey and L.Glass (1977), "Oscillation and chaos in physiological control systems", Science 50, pp.287-289
- (＊5) I.Stewart (1989), "DOES GOD PLAY DICE?:THE MATHEMATICS OF CHAOS", Penguin Books Ltd., 須田不二夫・三村和男訳 (1992), 「カオス的世界像—神はサイコロ遊をするか?」, 白揚社, pp.191-192
- (＊6) I.Stewart (1989), 須田不二夫・三村和男訳 (1992), 前掲書, p.193
- (＊7) P.Coveney and R.Highfield (1990), 野本陽訳 (1995), 前掲書, pp.262-263
- (＊8) R.H.Priesmeyer (1992), "ORGANIZATTIONS AND CHAOS-Defining the Methods of Nonlinear Management", Quorum Books,p.25
- (＊9) D.R.Rasmussen and E.Mosekilde (1988), "Bifurcations and Chaos in a generic management model", European Journal of Operational Research, 35, pp.80-88

- (\*10) J.Briggs and F.D.Peat (1989), "TURBULENT MIRROR", Harper & Row, 高安秀樹, 高安美佐子訳 (1991), 「鏡の伝説—カオス—フラクタル理論が自然を見る目を変えた」, ダイヤモンド社, p.40
- (\*11) D.R.Rasmussem and E.Mosekilde (1988), op.cit., p.82
- (\*12, \*13) D.R.Rusmussen and E.Mosekilde (1988), op.cit., p.88
- (\*14) J.Briggs and F.D.Peat (1989), 高安秀樹, 高安美佐子訳 (1991), 前掲書, p.241
- (\*15) E.E.Peters (1991), "CHAOS AND ORDER IN THE CAPITAL MARKETS—A New View of Chcles, Prices, and Market Volatility", John Wiley & Sons, Inc., p.235, 新田功訳 (1994), 「カオスと資本市場—資本市場分析の新視点」, 白桃書房, p.267
- (\*16) P.Coveney and R.Highfiels (1990), 野本陽代訳 (1995), 前掲書, p.251
- (\*17) P.Coveney and R.Highfield (1990), 野本陽代 (1995), 前掲書, p.252
- (\*18) R.H.Priesmeyer and K.Bsik (1989), "Discovering the Patterns of Chaos—A Potential New Planning Tool", Planning Review 17, NO.6, p.15
- (\*19) D.R.Rusmussen and E.Mosekilde (1988), op.cit., p.88
- (\*20) E.E.Peters (1991), op.cit., p.159, 新田功訳 (1994), 前掲書, pp.188-189
- (\*21) 大石展緒 (1996), 「カオスと製品ライフ・サイクル」, 愛知学泉大学経営研究, 第10巻, 第1号, 8月, p.41
- (\*22) R.H.Priesmeyer (1992), op.cit., p.26
- (\*23) S.Hylleberg (1992), "General Introduction", in Hylleberg S. (ed), 'Modelling Seasonality—Advanced Texts in Econometrics' Oxford University Press, p.4
- (\*24) Leo P.Kadanoff (1983), "Raods to Chaos", Physics Today 36, No.12, December, pp.46-53
- (\*25) Leo P.Kadanoff (1983), Ibid., p.46
- (\*26) R.H.Priesmeyer and K.Baik (1989), op.cit., p.47
- (\*27) R.H.Preismeyer (1992), op.cit., p.177
- (\*28) R.Stacer (1992), "Managing Chaos—Dynamic Business Strategies in an Unpredictable World", Kogan Page Limited, p.67, 石川昭訳 (1995), 「カオスのマネジメント」, N T T出版, p.75
- (\*29) R.Stacey (1992), Ibid., p.114, 石川昭訳 (1995), 前掲書, p.137