

日本におけるオペレーションズ・ リサーチの応用に関する一考察

平 本 巖

◆キーワード：

経営工学 (management engineering) オペレーションズ・リサーチ (operations research, OR) 最適化 (optimization) 数理計画法 (mathematical programming, MP) 線形計画法 (linear programming, LP) シミュレーション (simulation) 確定的モデル (deterministic model) 確率的モデル (probabilistic model) 応用 (application)

1 はじめに

“経営工学は「経済の発展と人類の福祉を目指して、社会や企業などの人間の組織的な諸活動を工学的立場から統合し、かつ推進するための管理技術の体系」と定義される学問分野であり、合目的的に人間に関連する諸活動を企画、構成、運営することを指向している。”¹⁾

また、“経営工学は工学的視点に立って人間の組織的活動を推進するものであるから、そのような組織的活動における問題を取り上げ、解決法を見出し、実施に導いて、これを改善するという役割を持っている。この問題解決のプロセスは①問題の発見②問題の分析と構造化③代替案の作成④代替案の効果の見積と最適化⑤導入と実施という5つの段階によって構成される。”²⁾ そして、“問題解決に当って用いられる方法は、主として①表現法の

確立による問題の把握と表示②モデルによる問題の構造的把握と操作③数理的方法④方法的整理⑤設計⑥技術運動としての導入等のようなものである。”³⁾

小稿は、経営工学 (management engineering) の一分野であるオペレーションズ・リサーチ (operations research, OR) の方法の特徴が上記の「方法」のうちの②および③であることを国内の OR 応用例に基づいて実証的に示し、また②の代表的手法である数理計画法 (mathematical programming, MP) および③の代表的手法であるシミュレーション (simulation) の応用 (applications) に関する考察を行うものである。

ところで、国内の OR 応用例は多数にのぼるが、それらは「OR 事典」⁴⁾、「OR 事例集」⁵⁾ および「OR 事例集1991」⁶⁾ に合計1,064件のアブストラクトとして集約されている。これらは本年35周年を迎えた(社)日本オペレーションズ・リサーチ学会 (OR 学会) が中心になって編集した一連の刊行物であるが、筆者は当初から編集委員、作業部会メンバーまたは執筆分担者として参加した。以下これらを参照するに当って、「OR 事典」、「OR 事例集」および「OR 事例集1991」をそれぞれ単にⅠ、ⅡおよびⅢと略記するものとする。

2 OR 手法の特徴

2.1 数理計画法

Ⅰ、ⅡおよびⅢを通して最も多く使用されている OR 手法は数理計画法である。⁷⁾

“数理計画法は最適化問題⁸⁾を数学的に解く方法であり、不等式あるいは等式で記述された制約条件の下で、与えられた目的関数を最大化または最小化する解を見出すものである。そして OR において半世紀近く詳しく研究されてきた結果、多様なタイプの最適化問題に対して効率のよいアルゴリズムが開発され、場合によっては何千何万という変数や制約条件をもつ問題を実用的に解き得るまでになっている。”⁹⁾

数理計画法の役割は、代替案の効果の見積りと最適化を行うことである。すなわち、制約条件を満足する多数の実行可能解（代替案）に対する目的関数の値を評価し（効果の見積り）、それらのなかから目的関数値が最大または最小となるもの（最適解）を選び出す。

数理計画法は、制約条件である不等式または等式が線形でかつ目的関数も線形式である場合に線形計画法（linear programming, LP）¹⁰⁾ と呼ばれる。

線形計画法の応用としては、たとえば肉牛農家の経営において重要な飼料配合設計¹¹⁾がある。飼料配合問題は、一般に栄養問題¹²⁾と呼ばれるが、各原料に含まれる各栄養素の量を係数とし必要栄養素量を定数項とする線形式で制約条件が構成され、最小化する目的関数は各原料単価を係数とする線形式で表わされる。¹³⁾ 定式化された問題の最適解は単体法という操作によって得られる。特に線形計画法の大型コンピュータ用プログラムには、積形式を用いた有界変数法による改訂単体法が各社共通に用いられており、¹⁴⁾ データの入出力形式も標準化されている。また、肉牛の栄養管理を行う場合には制約条件を修正しながら計算を繰り返す必要があるが、最近はパソコンを用いた線形計画プログラムを手軽に使えるようになっている。¹⁵⁾

線形計画法を用いて製鉄原料の購入計画モデルを構成し、原料購入費用と操業費用の合計が最小になるように各銘柄の購入量を決定した応用¹⁶⁾がある。そこでは、各制約条件式の定数項部分を1単位増加させたときの目的関数の増加額を表わすシャドープライスを用いて、各銘柄の評価価格を表現する式¹⁷⁾を導き、価格契約交渉に役立てている。

同様に、係数と変数との関係が線形構造として把握されるようなさまざまな最適化問題が線形計画モデルとして定式化され、¹⁸⁾ 最適解が得られた後も与件の変化に伴う最適解の変化を調べる感度分析等の操作により解の実用性の検討が行なわれる。

線形計画モデルにおいては変数は実数値である。したがって、本来整数値となるべき変数の値が小数部分を持つ結果になる場合が生じる。たとえば、発電所の建設計画の場合に、ある地点に1.3台の発電機を建設するのが最適

であるという結果が得られてもそれは実用的でない。そこで“線形計画問題において、変数の一部が整数値に限定されたものを混合整数計画問題 (mixed integer programming) と呼びその解法が研究されている。特に整数値が 0 と 1 に限られているものを混合 0-1 計画問題 (mixed 0-1 programming) というが、この場合には解法のアルゴリズムも確立されており、多様な組合せ最適化問題をこの形に定式化して扱えるため、実用上非常に重要である。”¹⁹⁾

混合 0-1 計画法の応用を 2 つとりあげて、問題の構造的記述の方法について述べる。

まず、物流拠点配置問題への応用²⁰⁾であるが、そこでは、工場で生産された商品が各所に配置された物流拠点を経て、全国各地の販売店に送られる。この物流拠点の配置および配送テリトリの決定は、単なるコストの観点から見ても非常に重要な意思決定問題である。いま、工場から M 個の商品が大型拠点に送られるとして、これらを中型拠点および配送拠点を経て販売店へ配送するものとする。中型拠点 i を配置すれば 1、配置しなければ 0 となる変数を z_i ($i = 1, \dots, m$) とすれば、配置されることになった第 i 中型拠点から配送拠点 j ($j = 1, \dots, n$) へ配送される商品数 x_{ij} の合計 y_i が M を越えない、また、第 i 中型拠点が配置されないときはそこから商品配送はできないという制約は $x_{i1} + x_{i2} + \dots + x_{in} = y_i$, $y_i \leq M * z_i$ と書ける。ここに $z_i = 0$ または 1 である。そして、第 j 配送拠点における需要を d_j とすれば、 $x_{1j} + x_{2j} + \dots + x_{mj} = d_j$ と書ける。これらに非負条件 $x_{ij} \geq 0$, $y_i \geq 0$ をつけ加えたものが制約式を構成する。最小化したい目的関数は、大型拠点から中型拠点への輸送費、中型拠点から配送拠点へのリレー費および中型拠点での変動費総額と固定費総額の合計で表わされる (変数 x_{ij} , y_i , z_i の線形式となる)。これが中型拠点決定モデルであるが、配送拠点モデルも同様な形になる。

つぎに、発電所の最適建設計画問題への応用²¹⁾における発電機ユニット建設の順序に関する論理的な条件の数式表現について述べる。いま、第 i 発電所内の第 j ユニットが第 k 期に建設されていれば $x_{ijk} = 1$, 建設されていないければ $x_{ijk} = 0$ となる 0-1 変数を考える。このほかに運転出力等を表す実

数値変数を用いてモデルが構成されるが、ここでは 0-1 変数を用いて建設に係る論理的なことを記述する方法に着目する。まず、ユニット建設の継続性は $x_{ijk} - x_{ijk+1} \leq 0$ と表わされる。すなわち、第 i 発電所においてあるユニット j が建設されるとそのユニットは次期以降建設されている状態でなければならない。また、同一発電所内に複数のユニットを建設する場合の順序については、 $x_{ijk} - x_{ij+1, k+1} \geq 0$ という式により、第 k 期に第 j ユニットの建設が行なわれなければ、第 $k+1$ 期に第 $j+1$ ユニットの建設は行なえないことを表す。最小化しようとする目的関数は、各期における資本費と燃料費の総和の現在価値換算値であるから、ユニットの建設時期を引き延ばす傾向になるため、変数の論理関係の記述には十分注意する必要がある。

線形計画法では 1 目標の最大・最小化問題を扱うが、経営問題においては複数の目標を同時に満足化したいという形で検討する方が合理的な場合が少なくない。利益計画の場合でも利益という 1 目標だけでなく主力製品の市場占有率や売上成長率等を同時によくしたいと望むのが普通である。このような要求に応えるために開発された目標計画法 (goal programming) では、多目標のすべてを同時に満足させることはできないとき、目標の不達成による残念度に重み付けをしたり、達成要求に優先順位をつけるなどして、全体としてなるべく満足度が大きくなるような妥協解を見つけることをねらいとしている。この場合には経営問題を構造化する方法が重要である。²²⁾ 北海道における港湾貨物輸送の総コストの通減を図る目的で港湾・地域間の効率的な物資流動パターンを求める応用²³⁾ 他がある。

数理計画法は、制約条件式または目的関数式が線形でない場合に非線形計画法 (nonlinear programming)²⁴⁾ と呼ばれる。林業経営計画において 2 次式で表現される収穫材積の分散 (標準偏差) を最小化する応用²⁵⁾ のように、目的関数が非線形式であるものが多い。

“生産地から消費地へ製品を輸送したり、流通センターから小売店に商品を配達したりする場合には、道路や鉄道のネットワーク上における数理計画問題が生ずる。また、プロジェクトの日程計画では、作業間の半順序関係を

表わすために、アロー・ダイアグラムと呼ばれるネットワークを描いて、その上で計算を行なう。このように、ネットワーク構造を有する数理計画問題は、実際の中で多数存在する。”²⁶⁾ これらの問題を解く手法はネットワーク計画法 (network programming) と呼ばれる。1985年ユニバシアード神戸大会の選手村と練習場とを結ぶバスの運行ダイヤの原型をネットワーク・フロー・モデルを使って作成した応用²⁷⁾ 他がある。

以上に述べたように、経営に関する問題をモデル化して数理計画法を応用する場合には、目標が単一式か複数か、係数と変数との関係の線形性、整数値変数の導入や論理の数式表現およびネットワーク構造のような特殊な構造等を検討して、問題の構造を把握した数式モデルを構成し、それを操作することにより最適解または妥協解を求めることが行なわれる。

2.2 シミュレーション

I, II および III を通して 2 番目に多く使用されている OR 手法はシミュレーションである。²⁸⁾

“OR is making mistakes quickly through simulation.”²⁹⁾ という言葉が示すように、OR においては、問題に対してモデルを構成し、各種のデータを基に様々な条件の下でそのモデルを操作してシミュレーションを行うことにより、施策案を実施した場合の影響予測を行ったり、多数の代替案のなかから最適と考えられるものを選び出そうとする。

モデルによるシミュレーションとしては、大気モデルによる天気予報や有限要素法による構造解析等が一般によく知られているが、OR においては社会システムや経営システムの問題に対するモデルを用いてシミュレーションを行う。

シミュレーションの中心となる数値モデルの作り方は概略次のようになる。³⁰⁾ ①現象をよく観察してモデル化する。②現象に関係があって変化しないものは何か、変化するものは何かを見きわめる。③入力と出力との関係が確定的なときには確定的モデル (deterministic model) となり、確率的なと

ときには確率的モデル (probabilistic model) が利用される。確定的モデルのときには関数の概念が利用でき、方程式で表現する可能性がでてくる。^④データを収集してモデルを数値化する。^⑤シミュレーションの実行は、手計算による場合とコンピュータによる場合とがあるが、後者の場合にはコンピュータ・プログラムを作成する。このとき、シミュレーションのためのコンピュータ言語を利用することができる。³¹⁾^⑥シミュレーションの実行を行う。確率的モデルのときには乱数を用いたモンテカルロ法によりくり返し現象のシミュレーションを行い、³²⁾結果に基づいて統計的推測を行う。³³⁾^⑦結果の検討を行い、必要ならばモデルの修正を行い、上記の手順をくり返す。

I, II および III に見られる確定的なモデルは数理的方法を用いて表現されているが、特にモデルの中核をなす数式として非線形連立方程式、連立常微分方程式、熱伝導型偏微分方程式、拡散方程式および工学上の諸公式等³⁴⁾のような数値解析³⁵⁾の手法も使われる。

確率的モデルの応用例³⁶⁾は多数にのぼるが、前述したように、乱数を用いてモンテカルロ・シミュレーションを行い結果を統計処理するので、ここでも数理的方法が中心となる。

また、シミュレーションのためのコンピュータ言語としては、連続型の DYNAMO、事象型の SIMSCRIPT やペトリネットおよび一般型の SLAM II 等が使われている。

なお、シミュレーションは、前節の数理計画法および次節のシステム化と関連がある。すなわち、シミュレーションのモデルの中でサブシステムとして数理計画法が使われる。³⁷⁾システム化との関連は次節で述べる。

以上に述べたように、数理的方法を用いてシミュレーションが行なわれる。

2.3 システム化

II および III において応用件数第 3 位はシステム化である。³⁸⁾

OR においては、社会や企業などの人間の組織的な諸活動における問題に対してモデルを構築し、そのモデルを通して問題の解を導き出そうとするの

が一般であるが、システム化に分類される応用例の多くはいわゆる情報処理システム（コンピュータ・プログラム）と呼ばれるものである。これらのシステムがOR応用とみなされるのは、情報処理システムの計画・設計を行う際に、対象をモデル化（構造化）し、想定される状況に照してシステムの挙動や成果を事前に検討・評価する有力な方法としてシミュレーション手法が使われる³⁹⁾ためである。ただしこの場合には、シミュレーションを行うことが目的ではなく、いわゆる実システムである情報処理システムの導入と実施が目的であるため手法としては「システム化」の応用とみなされる。

なお、Ⅱにおいてはデータベース構築に関するものが多かったが、Ⅲにおいては意思決定支援システム（decision support system, DSS）やエキスパートシステムに関するものが多い。

2.4 その他の手法

前述の3手法以外のOR手法である待ち行列、確率モデル一般、統計的諸方法、経済性工学およびゲーミング等は、モデルによる問題の構造的把握と操作および数理的方法を用いるものである。また、表現法や設計に係るOR手法として、図表化、分類・評価法、PERT,⁴⁰⁾信頼性・取替および意思決定法等がある。

かつて冷蔵庫、洗濯機、白黒テレビの「三種の神器」に対し、カー、クーラー、カラーテレビが「新三種の神器」といわれたが、これにならっていえば、ORの三種の神器といわれたLP, PERT, シミュレーション⁴¹⁾に対し、ORの新三種の神器はMP, システム化, シミュレーションである。

3 OR応用分野の推移

1975年⁴²⁾発行のⅠにおいては282件の応用例が集約されているが、「企業活動」に関する応用255件のうちの約半数が設備（発電所設備の最適計画、港湾荷揚げ施設の適正規模、移動量からみた部屋配置の問題等44件）、輸送通

信（新手法による高速道路交通量の推計，多種流輸送問題の解法等40件）および生産計画（セメントの最適生産計画，石油精製の生産計画等38件）の3分野で占められている。このことは，日本の高度経済成長期におけるOR応用の対象が企業の生産拡大に関するものに集中していることを示している。なお，残りの半数は工程管理（作業員配置計画等27件），在庫補給（在庫管理等23件），投資財務（企業モデル等18件），事務人事（人事計画等17件），研究開発（新製品開発等17件），予測（需要予測等16件），市場調査（購買行動等7件），製品技術（ソフトウェア品質等5件）および販売広告（広告費の配分等3件）である。また，「公共問題」に関する応用（地域計画等）が11件およびその他の応用（探索等）が16件である。

Iの発行から8年を経過した1983年発行のIIにおいては，応用件数がIの約3割増の375件になった。そして，IIの編集作業の過程において多様な応用例をIと同じ分野名で分類することが困難であることがわかった。それは，従来ORが主として応用された「企業活動」のほかに，企業をとりまく「環境」および「政策」に関する応用例が増加したためである。このことは，以下に示す企業活動における応用分野の重点の変化とともに，1973年の第1次石油危機後のOR応用の対象分野の変化を示している。（なお，IIおよびIIIにおいては，1つの応用が2つ以上の応用分野に属する場合もあるので，件数は重複勘定である。）

IIの「企業活動」に関する応用216件のうち半数が生産管理（製鉄所自家発電所の最適運転計算システム，化学工場におけるエネルギー管理システム等50件），マーケティング（小売商業の動向，運賃変化によるタクシー需要と売上予測等29件），企画・開発・設計（航空座席予約システムの設計，電気料金変化の動学的波及分析等28件）の3分野で占められている。残りの半数は設備・保全（廃棄物処理のための輸送計画における立地決定問題等25件），経営・財務（企業合併の計量分析等24件），生産計画（中種中量組立ラインの最適組立計画立案等17件），流通・在庫（空ビン回収の構造モデル等16件），人事・組織・教育（通勤時間最小化のための最適配員方法等13件），

検査・性能評価（コンピュータ・ネットワークにおける処理システムの信頼度解析等9件）および事務処理（コーナー・インデックスのつけ方等5件）である。

企業をとりまく「環境」に関する応用は、交通・輸送（物流拠点建設による都市交通へのインパクト分析，環境問題における新しいバス・システム等42件），資源・環境（大気汚染制御のための数式モデルとその適用，エネルギー問題における意思決定のOR等41件）および通信・情報（混合整数計画法を利用した通信回線網の最適構成，イーサネットの実時間応用のための解析モデル等25件）である。「政策」に関する応用は、政策・行政（高齢者の雇用安定と定年延長，電気料金制度をめぐる最近の課題等36件），土地利用・地域分析（地方中核都市モデル，農業集落の変容過程モデル等27件）および医療・福祉（医薬分業をめぐる諸要因，病院における患者待ちの改善に関する一考察等19件）である。

さらに8年を経過した1991年発行のⅢには407件の応用例があるが、「企業活動」に関しては経営・財務（区分的に線形なリスク関数を用いたポートフォリオ最適化，株価指数先物の時系列分析，組織意思決定支援システムの設計等54件），生産計画（自動車の月間生産計画の作成，0－1線形計画による乳牛更新計画問題，フレキシブル生産システムにおけるシミュレーション等51件）および検査・性能評価（ワードプロセッサ用文書フロッピーディスクの最適バックアップ政策，新エネルギー・システムの評価等20件）の3分野における応用件数の増加が著しい。経営・財務分野の応用件数がⅡの2倍以上も増加したことはバブル経済の時期を反映している。また，生産管理（トヨタ生産方式の過去・現在と未来への展望，食品産業における次世代工場システム等90件），企画・開発・設計（衛星画像データにもとづく広域的農業開発適地選定，建設工事における最適工法の選定等46件），マーケティング（乗用車の需要構造の分析と予測，科学万博データの解析等43件）および流通・在庫（物流施設最適立地問題に関する研究，自動搬送台車の経路決定法等25件）の4分野における応用件数も増加しているが，設備・保全（洋酒製造に

におけるブレンドタンク構成の最適化等24件)、人事・組織・教育(進路指導のOR-仕事の価値観の分析等15件)および事務処理(事務作業の生産性向上等7件)はⅡとほぼ同数である。

「環境」に関する分野では、交通・輸送(地域間の結びつきやすさに着目した道路網の分析等48件)の件数はほぼ同じ、通信・情報(東京湾岸地区の情報計画等38件)が増加し、資源・環境(燃料サイクル最適化モデルの構造と最適解の特性等26件)は減少している。「政策」に関する分野では、政策・行政(小学校事例より見た施設配置と圏域配分等47件)と土地利用・地域分析(グループ利用施設の最適配置とその頑健性について等35件)が増加し、医療・福祉(病院における整数計画法-輸液瓶組合せ問題・献立作成問題等26件)が減少している。

以上に述べたことは、高度経済成長期においては企業の生産拡大に関する応用分野がOR応用の主なる対象となり、石油危機後は環境および政策に関する応用分野が新たな対象とされ、そしてバブル経済時期には経営・財務分野の応用例が増加するなど、経営工学が研究の対象とする「社会や企業などの人間の組織的な諸活動」の動向にORがよく対応していることを示している。

4 おわりに

国内のOR応用例に基づいて、①OR手法の特徴は「モデルによる問題の構造的把握と操作」(数理計画法他)および「数理的方法」(シミュレーション他)であること、②ORの応用分野の重点の推移が日本経済の動向を反映していることを示した。

今後の課題としては、企業や官公庁におけるOR応用例の中から適当なものを選びそれらを再構成して、大学の経営情報学部・学科において“生きた”教材として使用できるようにしたい。

注

- 1) 経営工学研究連絡委員会『経営工学の体系化に向けて』日本学術会議, 1990.
2, 29ページ
日本学術会議経営工学研究連絡委員会は, (社)日本経営工学会, (社)日本オペレーションズ・リサーチ学会, (社)日本品質管理学会および日本開発工学会の4学会から構成されている。
- 2) 同上, 39ページ
- 3) 同上, 39-40ページ
- 4) OR 事典編集委員会編『OR 事典』日科技連, 1975
- 5) 日本オペレーションズ・リサーチ学会編『OR 事例集』日科技連, 1983
- 6) 日本オペレーションズ・リサーチ学会編『OR 事例集1991』日科技連, 1991
- 7) 数理計画法の応用例は, I では, 会社製品生産計画業務への LP の導入について(日本鋼管), 石油樹脂の輸送計画(三井石油化学), 発電所設備の最適計画(電力中研)等66件, II では, 大規模線形計画法による原料計画の最適化(神戸製鋼所), 製品発送計画システム(日立製作所), 政策課題検討汎用システムとその応用(川崎製鉄)等99件, III では, 自動車の月間生産計画の作成(三菱自動車), 排他制約のある多品種製品の複数倉庫への保管計画(鉄道総合技研), 物流施設最適立地問題に対する研究(大成建設)等96件である。(カッコ内は発表者が所属する会社名を示す。紙面の都合で発表者名および掲載論文誌名等は省略した。以下同様)
- 8) 渡辺茂編『システムと最適化』共立出版, 1974, 17ページ
OR が出現する(筆者注: OR は第二次世界大戦において作戦研究の方法として英米で生れ, 戦後は産業界において広くマネジメントに応用されるようになった。)以前の, 関数極値法や変分法ではたしかに最大値や最小値を求めることができるが, 最適化の概念はなかった。その後, たとえば作戦とか, 企業の経営といった, 目的のはっきりしたものに, 科学的な分析方法を応用して最適化をはかるということが考えられ, ここではじめて最適化の概念が明らかになった。
- 9) 茨木俊秀, 福島雅夫『最適化プログラミング』岩波書店, 1991, 序文1ページ
- 10) George B. Dantzig, Linear Programming and Extensions, Princeton University Press, 1963, 小山昭雄訳『線形計画法とその周辺』ホルト・サウンダース, 1983
- 11) 三谷克之輔「肉牛農家と OR-LP とシミュレーション」オペレーションズ・リサーチ Vol. 34, No. 7, 1989, 74-77ページ
- 12) Robert Dorfman, Paul A. Samuelson, Robert M. Solow, Linear Programming and Economic Analysis, McGraw-Hill, 1958, 9 ページ
栄養問題(diet problem)は, 線形計画法を用いて解かれた最初の経済学の問題として有名である。
- 13) Saul I. Gass, An Illustrated Guide to Linear Programming, McGraw-Hill, 1970, 平本巖, 鈴木道夫, 長谷彰共訳『入門リニアプログラミング』日刊工業, 1974, 32-39ページ
- 14) 平本巖, 長谷彰『線形計画法』培風館, 1973, 79-87ページ
- 15) 平本巖, 木下昌男, 栗原和夫『パソコンパッケージによる例解線形計画法』サ

- イエンス社, 1986, 152-158ページ
- 16) 花井宏巳「原料購買業務への線形計画法の適用」オペレーションズ・リサーチ, Vol. 31, No. 6, 1986, 40-44ページ
- 17) 同上, 43ページ
- 最適購入量が購入量下限に一致している銘柄 i のシャドープライス π_{Li} はその銘柄の購入量下限を単位量増加させたときの原料購入操業費用の増加額を表わしている。したがって, この銘柄 i の価格が購入量下限以上の部分についてもし π_{Li} だけ安ければ, その銘柄の購入量を単位量増加させても, 費用は増加しないことになる。すなわち, 銘柄 i は π_{Li} という金額だけ割高な銘柄である。最適購入量が購入量上限に一致しているときは, シャドープライス π_{Ui} は負値になり, その絶対値は同様の意味でその銘柄の割安さを表わす。このことから銘柄の評価価格は購入価格 p_i から購入量制約のシャドープライス $\pi_{Li} - \pi_{Ui}$ を引いたものになる:
 (評価価格) $_i = p_i - (\pi_{Li} - \pi_{Ui})$
- 18) 前掲, 平本巖, 木下昌男, 栗原和夫『パソコンパッケージによる例解線形計画法』, 74ページ
- 線形計画問題を制約条件式の等号および不等号の並び具合, 目的関数の最大化・最小化, 係数行列の非ゼロ係数の並び方等により分類して代表的なものをあげれば, 生産計画問題, 栄養問題, 混合問題, 多期間計画問題, 輸送問題, 割当て問題その他となる。
- 19) 前掲, 茨木俊秀, 福島雅夫『最適化プログラミング』, 395ページ
- 20) 笹島巳喜朗「企業における最適資源配分問題と数値計画法」第3回数値計画法研究会シンポジウム論文集, 1991, 95-102ページ
- 21) 小川洋, 大山達雄「混合型整数計画法による発電所の最適建設計画の作成」電力経済研究No. 3, (財)電力中央研究所, 1973, 93-109ページ
- 22) 伏見多美雄, 福川忠昭, 山口俊和『経営の多目標計画』森北出版, 1987, 序文1-2ページ
- 23) 川合紀章「港湾計画とOR」オペレーションズ・リサーチ, Vol. 35, No. 4, 1990, 217-221ページ
- 24) Peter Whittle, Optimization under Constraints—Theory and Applications of Nonlinear Programming, John Wiley & Sons, 1971, 藤川洋一郎, 平本巖共訳『非線形計画法の理論と応用』培風館, 1977
- 25) 黒川泰亨, 中村健二郎「不確実性下における林業経営」Journal of the Operations Research Society of Japan, Vol. 20, No. 4, 1977, 259-272ページ
- 26) 古林隆『ネットワーク計画法』培風館, 1984, 序文1ページ
- 27) 真鍋龍太郎“Scheduling Busses by the Network Flow Method on a Personal Computer” Asia-Pacific Journal of Operations Research, Vol. 3, No. 2, 1986, 158-165ページ
- 28) シミュレーションの応用例は, Iでは, キーパンチャーの所要人員検討(トヨタ自工), 企業財政のシミュレーション(名古屋鉄道), 石炭陸揚能力および貯炭場能力決定のためのシミュレーション(大阪ガス)等58件, IIでは, 電力需要のシミュレーション分析を目的としたマクロ経済モデル(中国電力), フリート・

シミュレーション（日本航空）、消防ポンプ車の出動計画と最適配備および新設署所の最適配置（日本電気）等86件、Ⅲでは、操業シミュレーションによるフローショップ型工場の設備仕様の検討（住友金属工業）、リニアモータ郵便輸送システム構築のためのシミュレーション分析（郵政省郵政研究所）、低開発国の人口・経済推移モデルとシミュレーション（慶応大）等76件である。

- 29) 森口繁一「情報処理とOR」情報処理研究No. 1, (財)電力中央研究所, 1972, 1-2ページ

「フィーニー氏が早稲田大学で行った議義の中で、ORは科学的方法を経営の問題に適用することであるが、その科学的方法とは何かということを説明して、“the scientific method is the method of making mistakes quickly through simulation.”と書いた。そこで模擬というのは、いいかえればモデルを使うことである。」これを元OR学会会長の森口東大名誉教授が“OR is making mistakes quickly through simulation.”として広く紹介し、その的を得た表現のためこの言葉はよく知られるようになった。

- 30) 近藤次郎『オペレーションズ・リサーチ入門』日本放送出版協会, 1978, 102-105ページ

- 31) Harvey M. Wagner, Principles of Operations Research, 2nd ed. Prentice-Hall, 1975, 平本巖, 反町迪子, 前島信共訳『オペレーションズ・リサーチ入門-6』培風館, 1986, 143-145ページ

- 32) 津田孝夫『モンテカルロ法とシミュレーション』（改訂版）培風館, 1977, 1-5ページ

- 33) 伏見正則「出力結果の解析」オペレーションズ・リサーチ, Vol. 35, No. 2, 1990, 76-79ページ

多くのシミュレーションでは、乱数を使って、確率的変動が内在するシステムの解析を行なうので、得られた解は、得られる可能性のある解の集団のうちのいくつかに過ぎない。したがって、そのことを念頭において解を吟味し、適確な最終的判断を下さなければならない。

- 34) 「シミュレーションによるガス供給設備の保安評価」（関東天然瓦斯開発）では、ガス圧とガス流量の関係を非線形連立方程式で定式化している；「空びん回収の構造モデル」（日立製作所）では、市中の製品在庫と空びん在庫の関係を連立常微分方程式として定式化している；「地盤沈下予測と地下水益管理」（千葉県公害研究所）では、地下水揚水と水圧低下の関係を熱伝導型偏微分方程式により記述している；「大阪湾の水質汚濁機構の解明と水質の評価に関する研究」（関西大）と「大気拡散モデルの非平坦地への適用および低汚染地域の環境容量設定の試み」（産業医大）では、拡散方程式が用いられている；「大震時避難計画のためのメッシュ型火災延焼シミュレーション・システムに関する検証」（金沢大）では延焼測定式、および「鑄ぐるみ3層ステンレスクラッド鋼の品質向上へのシミュレーションの適用」（川崎製鉄）では鉄中の炭素の拡散距離を表す公式をもとにしてシミュレーションを行っている。これらは工学的問題を扱ったものであるが、経営・経済に関する確定的モデルとしては、「物流拠点建設による都市交通へのインパクト分析」（三菱総研）および「北洋漁業の地域経済におよぼす効果に関する

- る研究」(北海道開発コンサルタント)では計量経済モデルが中心となっている。
- 35) Peter Henrici, Elements of Numerical Analysis, John Wiley & Sons, 1973, 一松信, 平本巖, 本田勝共訳『数値解析の基礎』培風館, 1973
- 36) 「計画策定支援情報システムにおけるモデルの特徴」(神戸市)では, 都市経営の基本原則である最小の経費で最大の福祉を実現するための戦術モデルの構築にモンテカルロシミュレーションを用いている; 「造船業における受注選択の意義と方法」(三井造船)では, ランダムにやってくる注文に対するその収益性, 会社の操業見通しなどを考慮に入れた受注選択問題を扱っている; 「システム・モデルによる胃集団検診の評価」(国立公衆衛生院)では, マルコフモデルを用いて胃集団検診の有効性を検討している。
- 37) 「溶銑管理システム」(新日鉄)では, 溶銑の転炉への装入に際しての混合の方策の決定に, 「NO_x 排出量削減による燃料需給への影響」(日本エネルギー経済研)では, 燃料選択モデルと燃料供給モデルに, 「大気拡散モデルの非平坦地への適用および低汚染地域の環境容量設定の試み」(産業医大)では, 低汚染地域の地区毎の環境容量の計算にそれぞれ線形計画法を用いている。他にネットワーク計画法を使用した例がある。
- 38) システム化の応用例は, IIでは, 大形自動整理ヤードの建設(新日鉄), プロジェクト計画の最適化システム(三菱重工業), 径路誘導システムにおける旅行時間の推定と予測(豊田中研)等77件, IIIでは, 東京ガスにおけるコンピュータマッピングシステム(東京ガス), ユニットロードシステムと物流システム(日通総研), 資金運用へのAIの応用(プライス・ウォーターハウス・コンサルタント)等51件である。
- 39) 浦昭二編『情報システムの教育体系の確立に関する総合的研究』科研費研究成果報告書, 1992. 3, 88-89ページ
- 40) 刀根薫『増補オペレーションズ・リサーチ読本』日本評論社, 1991, 101ページ
- PERTとはProgram Evaluation and Review Techniqueの略で米国海軍がポラリス・ミサイルの開発計画を機能的に実施するために日程計画の新手法として考案したもので, わが国でも多くの企業で広く用いられている。
- 41) 前掲, 伏見正則「出力結果の解析」, 76ページ
- “LP, PERT, シミュレーション”がORワーカー愛用の3大道具といわれたのは大分前のことであった。現在では, どのような道具(手法)がベスト・スリーかは知らないが, それでもこの3つがあいかわらずよく使われていることは間違いないであろう。
- 42) 1975年7月に日本で開催されたオペレーションズ・リサーチ合同国際会議(第7回国際OR会議ならびに経営科学国際学会第22大会)の会場に『OR事典』の見本が展示された。