

ベイズ・インセンティブ問題における個人的な情報をもつ プリンシパルのメカニズムの選択について

飯 田 博

◆キー・ワード：

ベイズ・インセンティブ問題 (Bayesian Incentive Problem) メカニズム
(Mechanism) プリンシパル (Principal) エージェント (Agent) インセン
ティブ・コンパティブル (Incentive Compatible)

はじめに

個人的な情報を持っている企業のトップ・マネジメント、政府の政策立案者のように不確実な状況の基で決定を実行しなければならない組織の行動主体であるプリンシパル (principal) が、不確実性についてのある適切な情報をもちながら行動する部門の管理者のような組織の構成メンバーであるエージェント (agent) を調整しようとするメカニズム (mechanism) を設計しようとする場合、プリンシパルはエージェントの自立性を尊重し、その協力を最大限に利用する決定メカニズムを構築し、組織全体の調和を図らなければならない。このような組織の意思決定を理論化するための決定メカニズムをいかに設計するべきかという問題がインセンティブ (incentive) 問題である。このインセンティブ問題を学問的に取り上げモデル化を試みた先駆的研究者として、グローブス (Groves, T.) は、1960年代末から多くの論文を発表してきた。例えば、「チームにおけるインセンティブ」¹⁾ は同一主題の研究に取

り組む研究者に大きな示唆を与える論文として有名である。さらに目を引くのが、ホルムストロム (Holmström, B. R.) の学位論文「組織におけるインセンティブとコントロールについて」²⁾⁶⁾ である。本稿では上記の研究者の他マイヤーソン (Roger B. Myerson) 等の多くの研究者の論文、著作を概観しながら、ベイズ・インセンティブ問題 (Bayesian Incentive Problem) 上で、個人的な情報をもつプリンシパルがどのメカニズムを選択するかを予測する理論を紹介する。

1. ベイズ・インセンティブ問題の一般的定式化

まず、ここで使用される諸概念、表記法について簡単に説明しておくことにする。

集合 $\{1, 2, \dots, n\}$ とし、各プレイヤー (player) $i \in N$ について、 T_i によってプレイヤー i のタイプの集合を表す。 T_i 中の各タイプ t_i が、 i の選好、能力、及び信念のある可能な状態も完全に定める。すなわち i のタイプは、公の知識ではない i の情報の全部を包含する確率変数と考える。 n 人のプレイヤーが実際に決定を下したり、互いに相互作用したりできる最初の時点から、各プレイヤーはすでに自分自身のタイプを知っていると仮定しておく。

メカニズムとは、プレイヤーの行動を彼らのタイプの関数として決定される規則とする。ホルムストロムは次の様に定義している²⁾。選び得るディシジョン (decision) の全体を D とする。このとき、決定プロセス (decision process) 或いは決定関数とは、メッセージ (message) の組 m に対して決定 $d(m) \in D$ を採択するルール $d(\cdot)$ である。つまり $d: M \rightarrow D$ (個人 i が決定を行くためのメッセージ m_i を選ぶ。このメッセージ全体の集合を M_i としたとき、 M を $M = \sum_{i=1}^n M_i$ と定義した。) なる写像を表し、決定メカニズムは決定プロセス $d(m)$ とその定義域であるメッセージ空間 M の組み合わせであり (d, M) とように表している。実行可能なメカニズムの集合は2つの因子によって制限

ベイズ・インセンティブ問題における個人的な情報をもつプリンシパルのメカニズムの選択について

される。第一に、各プレイヤーにはその個人的な情報を正直に申告するようにインセンティブを与えなければならない。すなわち、プレイヤーのタイプは検証不可能であり、従って各個人は真実を言うように正しいインセンティブを与えられない限り自分のタイプを隠したり、嘘をついたりすることがあるということであると仮定しておく。第二に、各プレイヤーは自分以外のプレイヤーたちと協力的に調整できない個人的な決定を自由に支配できる。この個人的決定は、通常のプリンシパル・エージェント問題³⁾におけるエージェントの努力レベルのように検証不可能かもしれない。あるいは、この個人的決定は、もしも報酬が彼の考えていた賃金より低い場合には雇用を拒否するという労働者の選択のように本質的譲歩できないものであるかもしれない。どちらにしても当該プレイヤーに正しいインセンティブを与えそれを選ばせるようにしない限り、実行できないいくつかの決定又は行動がある。

こように、公に観測可能な強制ができる行動と、個人的な仕方でコントロールしなければならない行動とを区別しなければならない。すべての可能な強制できる公の行動の集合を D_0 で表すことにする。これは契約的に定めることができる。すなわち、 D_0 に属する任意の d_0 もプレイヤーたちがたとえそれがプレイヤーたちの誰か又は全部にとって有害であることがあとから分るとしても実行することが約束することが原理的に可能な行動と決定のひとつの組合せを表している。各プレイヤー i について D_i はプレイヤー i が自由に支配できるすべての可能な個人的な行動の集合とする。

$T = \prod_{i=1}^n T_i$ でプレイヤーたちのタイプのあらゆる可能な組合せの有限集合を表すことにし、 $t = (t_1, \dots, t_n)$ で T におけるひとつの典型的なタイプ・ベクトルを表す。 T_{-i} で、 i 以外のプレイヤーたちのタイプの可能な組合せの集合を表すことにする。つまり $T_{-i} = T_1 \times T_2 \times \dots \times T_{i-1} \times T_{i+1} \times \dots \times T_n$ 、同様に $D = \prod_{i=1}^n D_i$ で公の行動と個人的な行動のすべての可能な組合せの有限集合を表すことにし、 $d = (d_0, d_1, \dots, d_n)$ で D におけるひとつの典型的な行動ベクトルを表す。ただし、 $T \neq \emptyset$ かつ $D \neq \emptyset$ とする。

任意のタイプ・ベクトル t と行動ベクトル d が与えられたとき、 d がゲー

ムの結果である。t が実際の状態である場合に、フォン・ノイマン (Von Neumann) と Morgenstern (O. Morgenstern) の効用 (utility) のスケールで測られたプレイヤー i へのペイ・オフを $u_i(d, t)$ で表す。 $P_i(t_1, t_2, \dots, t_{i-1}, t_{i+1}, \dots, t_n/t_i)$ 又は $P_i(t_{-i}/t_i)$ はプレイヤー i が自分の実際のタイプが t_i であることを知っているとして、彼がゲームの実際の状態が $t = (t_1, t_2, \dots, t_n)$ であるという事象に割り当てらるであろうという条件付確率であり、 $P_i(t_{-i}/t_i) > 0$ と $\forall i \in T$ と仮定しておく。つまり、どのプレイヤーも他の人たちのタイプのどの組合せも不能であることは絶対がないということである。

以上の表記法を用いて、 $i = 1, 2, \dots, n$ と番号づけられた n 人のプレイヤーの一般ベイズ・インセンティブ問題 Γ を次の様に定式化する⁴⁾

$$\Gamma = (D_0, D_1, \dots, D_n, T_1, \dots, T_n, u_1, \dots, u_n, P_1, \dots, P_n)$$

2. インセンティブ・コンパティブルなメカニズム

公及び個人的行動を調整するための実行可能なメカニズムの集合をプレイヤーたちのタイプの関数として記述する。

各プレイヤーが同時に秘密にある信頼できる媒介者に自分のタイプを申告する。次に媒介者は彼に申告されたタイプのベクトルの関数として、 D における結果 $d = (d_0, d_1, \dots, d_n)$ を選ぶ。次に強制できる行動 d_0 が行われ各プレイヤー i には秘密に d_i が彼に勧告される個人的な行動であることが知らされる。形式的には、メカニズムとは関数 $\mu : D \times T \rightarrow R$ であって

$$\sum_{c \in D} \mu(c/t) = 1 \text{ かつ } \mu(d/t) \geq 0, \forall d \in D, \forall i \in T \dots \dots \dots \textcircled{1}$$

である。ここで $\mu(d/t)$ は、 t が申告されたプレイヤーの状態である場合

ベイズ・インセンティブ問題における個人的な情報をもつプリンシパルのメカニズムの選択について

には d が媒介者によって選ばれる結果になる確率である。

プレイヤー i の任意の可能なタイプ t_i 及び s_i , 任意の関数 $\delta_i: D_i \rightarrow D_i$, 及び任意のメカニズム μ に対して,

$$U_i(\mu/t_i) = \sum_{t_{-i} \in T_{-i}} P_i(t_{-i}/t_i) \sum_{d \in D} \mu(d/t) u_i(d, t) \dots\dots\dots ②$$

$$U_i^*(\mu, \delta_i, s_i/t_i) = \sum_{d \in D} \mu(d/t_{-i}, s_i) u_i(d_{-i}, \delta_i(d_i), t) \dots\dots\dots ③$$

と U_i, U_i^* を定義する。 U_i はすべてのプレイヤーたちが自分のタイプを正直に申告し、媒介者がメカニズム μ を用いたときに、勧告されたそれぞれの個人的な行動を従順に実行した場合、プレイヤー i について彼のタイプが t_i であるとして、期待される条件付効用関数である。 U_i^* はプレイヤーが s_i を申告し、 d_i が勧告されたときに個人的な行動 $\delta(d_i)$ を用いようと計画しており、他のすべてのプレイヤーが正直でかつ従順であると仮定した場合、 i の本当のタイプが t_i であるとして、 i についてのメカニズム μ から期待される条件付効用関数である。

メカニズム μ が

$$U_i(\mu/t_i) \geq U_i^*(\mu, \delta_i, s_i/t_i) \quad \forall i \in N, \quad \forall t_i \in T_i, \quad \forall s_i \in T_i, \quad \forall \delta_i: D_i \rightarrow D_i \dots\dots\dots ④$$

のとき、 μ はインセンティブ・コンパティブル (incentive compatible) であるという。この不等式は、メカニズム μ への正直で従順な参加が、 n 人のプレイヤーにとってベイズのナッシュ均衡 (Nash equilibrium) でなければいけないことを示している。つまり、ナッシュ解は各プレイヤーが自分の期待利益を最大しようという戦略であり、各プレイヤーが自分の戦略を変更すべき動機をもたないという意味の均衡になっていることをこの不等式を示している。

今から、プレイヤー 1 をプリンシパル、プレイヤー 2, ..., n をエージェ

ントと呼びインセンティブ・コンパティブルの概念をさらに考察する。

プリンシパルにとって最良のインセンティブ・コンパティブルなメカニズムは、彼の真タイプ t_1 が与えられたとき制約条件①及び④の下で、彼の期待される条件付効用 $U_1(\mu/t_1)$ を最大にするものである。しかし、プリンシパルが $U_1(\mu/t_1)$ を最大にするために μ を選択すれば、彼の選択は真のタイプ t_1 に依存することになり、従ってエージェントである人たちは、彼の μ の選択からプリンシパルのタイプについて何か推測が可能である。この新しい情報を用いて、エージェントは不正直又は不従順によって得をする新しいチャンスを発見するかもしれない。従って、 μ が用いられるという事実によってエージェントがプリンシパルのタイプについて学ぶことが可能になる場合、メカニズムは、②をみたしていたとしても、実際にはインセンティブ・コンパティブルでないかもしれない。

R を T_1 の空でない集合部分とする。 μ がプリンシパルに関してインセンティブ・コンパティブルである、つまり μ が $i=1$ に対して④を満たし、かつ

$$\begin{aligned} & \sum_{\substack{t_{-i} \in T_{-i} \\ t_i \in R}} \sum_{d \in D} P_i(t_{-i}/t_i) \mu(d/t) u_i(d,t) \\ & \geq \sum_{\substack{t_{-i} \in T_{-i} \\ t_i \in R}} \sum_{d \in D} P_i(t_{-i}/t_i) \mu(d/t_{-i}, s_i) u_i((d_{-i}, \delta_i(d_i)), t) \\ & \forall i \in N, \forall t_i \in T_i, \forall s_i \in T_i, \forall s_i: D_i \rightarrow D_i \dots \dots \dots \textcircled{5} \end{aligned}$$

ならば、メカニズム μ は与えられた R でインセンティブ・コンパティブルであると定義する。

この不等式はどのエージェント i ($i=2, \dots, n$) も t_i が彼の真のタイプであること及びプリンシパルのタイプが R 上にあることを知っているときに s_i を申告し、 δ_i によって彼の指示に従わないことによって得をすることを期待してはならないのだということを主張している。従って、エージェント

ベイズ・インセンティブ問題における個人的な情報をもつプリンシパルのメカニズムの選択について

がプリンシパルは彼のタイプが R 上にあればメカニズム μ を提案し、そうでなければ何か別のメカニズムを提案するだろうと予期した場合、 μ はそれが与えられた R の上でインセンティブ・コンパティブルである場合に限り実行可能である。

この条件付インセンティブ・コンパティブルという概念は、何らかの情報が明らかになる場合にプリンシパルが達成できることを示している。

プリンシパルがどのメカニズムを実行すべきかを決定する理論を構築するために、あらゆるタイプをもったプリンシパルが同じメカニズムを選択し、彼の実際のメカニズム選択が何も情報を伝えないようにすると仮定する。この仮定は、プリンシパルはそのメカニズム選択によってエージェントに何の情報も伝達する必要がないようにすべきであるということである。

T_1 の分割を形成するタイプの集合 $\{R_1, \dots, R_k\}$ があって、 $(1, \dots, k)$ の中のすべての k に対して R_k の中のタイプは μ_k を実行すると期待されるようになっているとしよう。 μ_k が提案されたときには、エージェントはプリンシパルのタイプが R_k にあるということを合理的に推測できるので、各 μ_k は与えられた R_k でインセンティブ・コンパティブルでなければならない。プリンシパルはすでに自分のタイプを知っているため、これらのメカニズムが不等式

$$U_1(\mu_k/t_1) \geq (\mu_j/t_1) \quad \forall i, \forall k, \forall t_1 \in R_k \dots \dots \dots \textcircled{6}$$

をみたし、かつ別々にインセンティブ・コンパティブルである場合に限り、それらを実行する。

今度は、次の様に定義されるメカニズム μ^* を考える。

$$t_1 \in R_k \text{ なら } \mu^*(d/t) = \mu_k(d/t)$$

このメカニズム μ^* は、分割 $\{R_1, \dots, R_k\}$ でのメカニズムのシステム $\{\mu_1, \dots, \mu_k\}$

と完全に同等で、どの状態でも同じ結果の分布を与えている。すなわち、各々の k について、もしプリンシパルのタイプが R_k にあれば、彼は μ_k を実行するということは、プリンシパルは自分のタイプが何であろうとも μ^* を実行するという事と同等である。

⑤において $\mu = \mu_k$, $R = R_k$ とし、④から⑥が $\mu = \mu^*$ で成立するから μ^* はインセンティブ・コンパティブルである。

3. メカニズムの選択

T_1 のすべての t_1 について $U_1(\mu/t_1) \leq U_1(\nu/t_1)$ であり、 T_1 の少なくともひとつの t_1 について厳密な不等式が成立している場合、メカニズム μ は別のメカニズム ν に“支配されている”という。 μ がインセンティブ・コンパティブルであり、かつ、 μ が他のどのインセンティブ・コンパティブルなメカニズムによっても支配されないとき、 μ は“支配されない”と言う。 T_1 のすべての t_1 で、 $U_1(\mu/t_1) < U_1(\nu/t_1)$ ならば、 μ は ν によって“厳密に支配されて”いると言う。

T_1 のすべてのタイプ t_1 について、 μ が安全かつ支配されないメカニズムをプリンシパルに関する“強い解”と言う。与えられた $\{t_1\}$ でインセンティブ・コンパティブルである場合、 μ は“安全である”という。すなわち安全なメカニズムとは、エージェントがプリンシパルのタイプを知っていてもインセンティブ・コンパティブルであるようなものである。プリンシパルのタイプについてエージェントが何を理解しようと、彼は安全なメカニズムを実行できる。何故ならそれは T_1 のどんな部分集合が与えられてもインセンティブ・コンパティブルであるからである。

ベイズ・インセンティブ問題で安全なメカニズムは必ずしも存在するとは限らない。たえて存在したとしても、それはインセンティブ・コンパティブルなメカニズムのクラフの中で厳密に支配されているかもしれない。

マイヤーソンは論文「Mechanism Design by an Informed Principal」⁵⁾ の中

バイズ・インセンティブ問題における個人的な情報をもつプリンシパルのメカニズムの選択について

で、

定理： μ を強い解とし、 ν は他の任意のメカニズムとし、

$$S = \{t_1 \in T_1 / U_1(\nu/t_1) > U_1(\mu/t_1)\}$$

とするとき、 $S \neq \emptyset$ ならば、 ν は与えられた S 上でインセンティブ・コンパティブルではない。さらに μ が他の任意の安全かつ支配されないメカニズムであるとする

$$U_1(\mu/t_1) = U_1(\mu/t_1), \forall t_1 \in T_1$$

である

という定理を証明している（証明略）。この定理は安全でありかつ支配されないメカニズムは、もしそれが存在するならば、すべてのタイプのプリンシパルによって実行されるべきであることを示す。またプリンシパルが実際には何か他のインセンティブ・コンパティブルな解の方を愛好しながら強い解を実行すべきであるのは何故か、を示している。もしもエージェントが選択したことを彼のタイプが強い解よりも ν を愛好するような集合の中にあるに違いない証拠として解釈するならば、 ν はそれが選択された途端に実行不可能になるだろう。さらに、この定理は、もしも強い解が存在するならば、それは本質的に一意的でなければならないことを述べている。

4. む す び

組織は、つねに不完全な情報と目的の差異を内包しているものであるから、その相互依存の関係として組織の行動をとらえることは極めて本質的なことである。そのためにはまず、情報とコミュニケーションの役割りを明示するバイズ・インセンティブ問題 Γ のような定式が必要とされる。その意味において、情報の遍在から生じる問題を統一的に取り扱うことを意図するバイズ・インセンティブ理論は我々に新しい視点を与えてくれた。

意思決定ルールの設定におけるプリンシパルとエージェントとの関係の複雑なからみあいを見無視することはできないが、効率的なルールを導く最重

要素がプリンシパルの態度である。つまりエージェントの満足が期待できるような意思決定ルールの設定に努めるプリンシパルの態度である。従って不完全あるいは不確実情報の基で意思決定ルールを設定を思考する上で、プリンシパルとエージェントの関係は極めて意味をもつわけで、意思決定者としてプリンシパルがとるべき態度としての決定メカニズムのあつかいは重要な課題であるといえる。

この研究で用いたベイズ・インセンティブ問題問題 Γ のアイデアに基づいて、不完全情報のもとでの二人交渉ゲーム、つまり Γ において $i=1, 2$ としたベイズ交渉問題を定義し、インセンティブ・コンパティビリティの概念を導入したナッシュ交渉解の一般化を今後試みたい。

〈参考文献〉

- 1) Groves, T., "Incentive in Teams", *Econometrica*, 1973, pp. 727-738
- 2) Holmström, B. R., "On Incentive and Control in Organization", unpublished dissertation, Graduate School of Business, Stanford University, Stanford, California, December, 1977
- 3) 拙稿「組織におけるインセンティブとコントロール問題への数学的アプローチ」第一経大論集, 昭和60年3月第14巻第4号, pp. 41-60
- 4) Roger B. Myerson, "An introduction to Game theory", *Studies in Mathematical economics*, 1986, pp. 1-61
- 5) Roger B. Myerson, "Mechanism design by Informed principal", *Econometrica*, 1983, pp. 1767-1797
- 6) 石垣春夫 (他), 「インセンティブ理論」 *Bulletin of Center for Informatics, Waseda University*, Vol 1, SPRING, 1985, pp. 55-69
- 7) 藤田忠, 「交渉力の時代」 PHP, 昭和54年7月, pp. 145-209
- 8) 松原望, 「現代人の統計意思決定の基礎」朝倉書店, 昭和52年11月
- 9) Roger B. Myerson, "Incentive Compatibility and the Bargaining Problem", *Econometrica*, Vol. 47, No. 1, 1979, 1, pp. 61-73
- 10) Kalyan Chatterjee, "Incentive Compatibility in Bargaining under Uncertainty", John Wiley & Sons, Inc, *The Quarterly Journal of Economics*, 1982, 11, pp. 716-725